L-35

個別輸送システムインターチェンジのモデル化と輻輳現象の解析

Modeling and Analysis of Congestion at an Interchange in Personal Rapid Transit System

○田　川 [1]，星野　貴弘 [2]，浜松　芳夫 [2]
*Chuan Tian[1], Takahiro Hoshino[2], Yoshio Hamamatsu[2]

Abstract: This paper considers an grade-separated interchange modeling of the Personal Rapid Transit system. We have analyzed vehicle behavior at interchange of PRT system with using the imbedded Markov chain method. The relation between the queue length and the behavior of traffic is examined, and the obtained results clarify several characteristics of the model.

1. はじめに

本研究は，新交通システムの一つである個別輸送システム (Personal Rapid Transit, PRT) のインターチェンジを対象にしている。Brown[1] や McGinley[2] は，本研究のインターチェンジと同様な PRT インターチェンジに関する研究を行っている。しかし，車両の合流アルゴリズムを提案し，シミュレーションによってアルゴリズムの妥当性を検討したものであり，インターチェンジにおける輻輳現象を扱ったものではない。したがって，本研究では，立体交差であるインターチェンジにおいて低速路から高速路への合流および高速路から低速路への合流の数理モデルを構築し，輻輳現象の解析を行う。

2. 合流部モデル

Fig.1 に本研究で扱うインターチェンジの概略図を示す。高速路である本線（Main Line）と低速路である副線（Sub Line）が立体交差している。合流点 $\mathrm{M}_i\,(i=1,2)$ から等距離に車両の到来を検出するチェックポイント（Check Point）$\mathrm{CP}_i\,(i=1,2)$ をそれぞれ本線，副線に設置する。また，両路線ともに到来する車両は，分岐希望車と直進希望車の二種類とする。分岐希望車は，CP_i から側線（Off Line 1 または Off Line 2）を通り，本線あるいは副線に合流する。直進希望車は，CP_i をそのまま直進する。また，本線を優先路とし，CP において車両の競合が発生した場合は，副線側の車両を待たせるものとする。すなわち，車両の運行制御方式は点追従制御（Point-follower control）で合流部近傍での MT 乗り換えを許す準同期制御方式（Quasi-synchronous control）とする。副線に車両が到来する確率を p とする。逆に副線に車両が到来しない確率は，$q\ (=1-p)$ とする。また，到来した車両が分岐希望車である確率を α，直進希望車である確率を $\beta\ (=1-\alpha)$ とする。次に，本線は優先路のため車両が待つことはない。このため，本線側では単に直進希望車が到来する確率を l，分岐希望車が到来する確率を r，到来しない確率を $m\ (=1-l-r)$ とする。

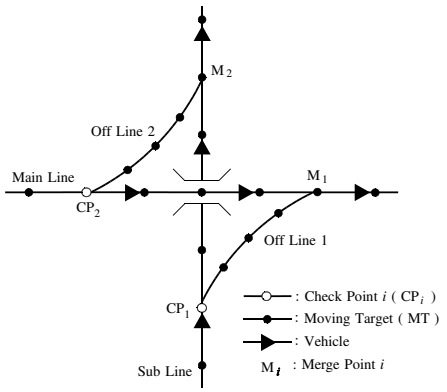

Fig. 1: Schematic diagram of the PRT grade-separated interchange.

2.1 合流待ち時間

本モデルでは，サービス時間終了時点のみに着目し，サービス時間内の客の到着数の分布がサービス開始以前の到着状況に無関係であれば，離散時点の隠れマルコフ連鎖として表現できる。したがって，CP_1 に車両が到来したときから合流可と判定されるまでの時間が計測される。CP_1 に任意の車両が到来したとき，合流待ち時間が $k\Delta t$ となる確率 C_k を考える。合流待ち時間が $k\Delta t$ となる確率 C_k は，

$$C_k = \alpha\,(m+r)\,l^{\,k} + \beta\,(m+l)\,r^{\,k}\ ;\ k \geq 0 \qquad (1)$$

で与えられる。ここで，平均合流待ち時間 W_{CP} は，期待値の定義式から次式となる。

$$W_{CP} \;=\; \sum_{k=0}^{\infty} k\,C_k = \frac{\alpha\,l}{m+r} + \frac{\beta\,r}{m+l} \qquad (2)$$

2.2 推移確率

本モデルの状態推移は，合流待ち時間内に待ち行列へ到来する車両台数と CP_1 を離れる車両台数（この場合は 1 台）によって記述できる。しかし，合流待ち時間内に待ち行列へ後続車両が到来するか否かの観測回数は，CP_1 上に待ち車両が存在するかどうかで異なる。そこで，以下では状態 0 と状態 $i\,(\geq 1)$ とに区別して説明する。

まず，状態 0 の場合の説明を行う。状態 0 では，CP_1 上に待ち車両が存在しない。k 回の計測中に u 台の後続

1:日大理工・院・電気　2:日大理工・教員・電気

車両が到来する確率を $a_{u,k}$ とすれば，$a_{u,k}$ は，

$$a_{u,k} = \begin{cases} \binom{k}{u} p^u q^{k-u} & ;\ u \le k \\ 0 & ;\ u > k \end{cases} \tag{3}$$

で算定できる。状態の推移確率を求めるには，合流待ち時間内に待ち行列へ u 台の後続車両が到来する確率 A_u を求める必要がある。A_u は (1) 式と (3) 式を用いて，

$$A_u = \sum_{k=0}^{\infty} C_k a_{u,k} \tag{4}$$

で求めることができる。

次に，一般的な状態 $i\,(\ge 1)$ の場合では，状態 0 の場合と異なり，合流待ち時間を $k\Delta t$ とすれば，この間に後続車両が到来するか否かの観測は $k+1$ 回行われることになる。この $k+1$ 回の観測中に u 台の後続車両が到来する確率 $b_{u,k}$ は，(3) 式と同様に考えて，

$$b_{u,k} = \begin{cases} \binom{k+1}{u} p^u q^{k+1-u} & ;\ u \le k+1 \\ 0 & ;\ u > k+1 \end{cases} \tag{5}$$

で算定できる。さらに，A_u を求めた場合と同様に，合流待ち時間内に u 台の後続車両が到来する確率 B_u は，(4) 式と同様に次式で与えられる。

$$B_u = \sum_{k=0}^{\infty} C_k b_{u,k} \tag{6}$$

以上のように，状態 i から状態 j への推移確率 $r_{i,j}$ を A_u，B_u を用いて表すことができ，マルコフ連鎖モデルの推移確率行列 $\boldsymbol{R}$ は，

$$\boldsymbol{R} = \begin{bmatrix} A_0 & A_1 & A_2 & A_3 & A_4 & A_5 & \cdots \\ B_0 & B_1 & B_2 & B_3 & B_4 & B_5 & \cdots \\ 0 & B_0 & B_1 & B_2 & B_3 & B_4 & \cdots \\ 0 & 0 & B_0 & B_1 & B_2 & B_3 & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix} \tag{7}$$

のようになる。

3. 解析

ここでは，平均待ち台数 L などを確率母関数 [3] を用いて解析的に陽の形で求める。マルコフ連鎖が平衡状態にあるとき，状態 i である確率を P_i で表す。この P_i の母関数を次式のように定義する。

$$\pi(z) = \sum_{i=0}^{\infty} P_i\, z^i \tag{8}$$

また，母関数の性質から，以下の (9) 式と (10) 式が成立する。

$$\pi(1) = \sum_{i=0}^{\infty} P_i = 1 \tag{9}$$

$$\pi'(1) = \sum_{i=1}^{\infty} iP_i \equiv L \tag{10}$$

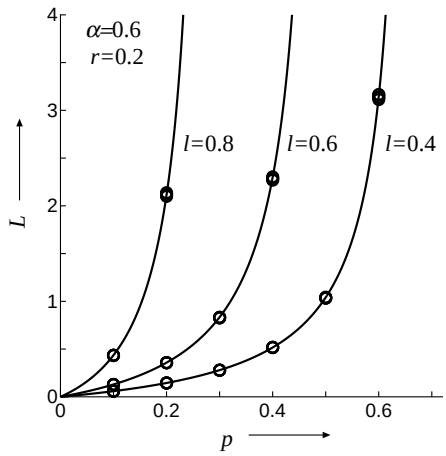

Fig. 2: Numerical examples of the mean queue length.

紙面都合上，具体的な計算過程を省略するが，平均待ち台数 L は，最終的に

$$L = \frac{p\{p\alpha\beta\,(l\delta - r\varepsilon)^2 + \delta\varepsilon\,(\alpha l\delta + \beta r\varepsilon)\}}{\delta\varepsilon\{q\delta\varepsilon - p\,(\alpha l\delta + \beta r\varepsilon)\}} \tag{11}$$

のよう得られる。ただし，上式において，簡単のため $\delta = m + l$ および $\varepsilon = m + r$ とした。

4. 数値計算例

ここでは，数値例により，本線の車両到来確率 l, r と副線上平均待ち台数 L の関係などを明らかにする。Fig.2 に $r = 0.2$，$\alpha = 0.6$ 一定とした場合の p に対する平均待ち台数 L の数値例を示す。ただし，本線の直進車の到来確率 $l = 0.4, 0.6, 0.8$ と変化させた。また，図中の○印はシミュレーション結果を示す。シミュレーションは，Δt ごとに MT を発生させ，乱数を用いて確率的に MT に車両を割り当てることにより行った。乱数の初期値を変え，200 万 Δt のシミュレーションを 5 回行った。シミュレーション値と理論値は，よく一致しており数理モデルの妥当性を確認できた。p に対して L は単調増加しており，前章述べたように $\rho < 1$ が解の存在条件となっている。L の値は，本線車両到来確率 l, r の影響を受けて変化することがわかる。

5. まとめと今後の課題

本合流部の数理モデルを隠れマルコフ連鎖の手法を用いて構築した．平均待ち台数と車両運行密度との関係を解析的に陽に求めることができた．今後の課題として，車両の待ち回数を制限したモデルを検討したい．

参考文献

[1] S. J. Brown, Jr. :“ Merge control in Automated Transit System networks ”，ASME Publication 73-ICT-109（1973）

[2] F. J. McGinley :“ An intersection control strategy for a short-headway P.R.T. network ”，Transportation Planning and Technology，3，pp.45-53（1975）

[3] 森村英典，高橋幸夫 :「マルコフ解析」，日科技連出版社，pp.269-270（1991）