O-7

チャームドメソンのパイオン放出による崩壊
―共変振動子クォーク模型によるアプローチ―

Strong decays of charmed mesons with one pion emission
in the covariant oscillator quark model

○吉田顕人[1]，前田知人 [2]，山田賢治[2]，三輪光嗣[3]
*Kento Yoshida[1], Tomohito Maeda[2], Kenji Yamada[2], Akitsugu Miwa[3]

Abstract : We study the strong decays of charmed mesons with one pion emission in the covariant oscillator quark model. For the S-wave vector D^*, P-wave scalar D_0^* and tensor D_2^* mesons, we calculate the decay widths and compare our results with the experimental data and a typical nonrelativistic quark-model calculation. We find that, thanks to the relativistic effects of decay form factors, our model parameters can be taken to be more reasonable values, though our relativistic approach and the nonrelativistic quark model give similar decay widths in agreement with experiment.

1．はじめに

最近の実験 (LHCb)[1], [2] では，チャームドメソン $(c\bar{u}, c\bar{d}, c\bar{s})$ の励起状態が数多く観測されており，これらのメソンをクォーク模型を用いて分類し整理することが必要である．クォーク模型による分類を確立するためには，各メソンの崩壊特性を調べることが必要であるが，非相対論的クォーク模型 (NRQM) では，崩壊過程をローレンツ共変性を保ったまま計算することができない．実際に，大きな質量差を持つメソンの崩壊過程において，崩壊後の粒子は高い運動エネルギーを持つことから，崩壊後のメソンの重心運動は相対論的な取り扱いが必要と考えられる．そこで，我々は近年の実験で観測されている高質量のチャームドメソンの崩壊過程を研究するため，相対論的共変なクォーク模型である共変振動子クォーク模型 (COQM) [3] を用いてパイオン放出による崩壊幅を計算する．また，その結果を実験値 [4], [5] および非相対論的クォーク模型 [6] の結果と比較し，相対論的効果を考察する．

2．共変振動子クォーク模型 (COQM)

共変振動子クォーク模型は非相対論的クォーク模型の共変的な拡張であり，メソンの重心運動をローレンツ共変性を保ったまま取り扱うことができる。COQM でのメソンの波動関数はバイローカルスピノル場 $\Psi(x_{1\mu}, x_{2\mu})_\alpha^\beta$ で与えられ，これを重心座標と相対座標で表せば $\Psi(X_\mu, x_\mu)_\alpha^\beta$ となる．ここで，α，β はそれぞれクォーク，反クォークのディラックスピノルの指標である．この波動関数が満たす基本方程式はラグランジアン

$$\mathcal{L} = \bar{\Psi}(x_1, x_2)\left(\frac{-\Box_1}{2m_1} + \frac{-\Box_2}{2m_2} - U(x_1, x_2)\right)\Psi(x_1, x_2) \quad (1)$$

$$U(x_1, x_2) = -\frac{1}{2}K(x_1 - x_2)^2 + \mathrm{const.} \quad (2)$$

から導かれ，クライン-ゴルドン型方程式になる．

$$(-\Box_X - \mathcal{M}^2(x))\Psi(X, x) = 0 \quad (3)$$

ここで，$\mathcal{M}^2$ はスピンに依存しない質量二乗演算子であり，

$$\mathcal{M}^2(x) = 2(m_1 + m_2)\left(\frac{\Box_x}{2\mu} + U(x)\right) \quad (4)$$

この演算子の固有値がメソンの質量二乗を与える．ここで，$\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$ は換算質量である．励起状態の質量は，この演算子により次式で求めることができる．

$$M_N^2 = N\Omega + M_0^2 \quad (5)$$

ここで，$\Omega = 2(m_1 + m_2)\sqrt{\frac{K}{\mu}}, N = L + 2N_r$($L$ は相対軌道角運動量，N_r は動径励起量子数)，M_0 は基底状態の質量である．

質量二乗演算子の固有関数であるメソンの波動関数は，時空とスピンの波動関数の直積で与えられる．

$$\langle 0|\Psi(X, x)_\alpha^\beta|P\rangle = CW_{\alpha,\nu_1\nu_2\cdots}^\beta(v) \otimes f^{\nu_1\nu_2\cdots}(v, x)e^{-iP\cdot X} \quad (6)$$

ここで，C は規格化定数であり，$v^\mu = P^\mu/M$ である．空間波動関数の基底状態は

$$f_G(v, x) = \frac{\beta^2}{\pi}\exp[\frac{\beta^2}{2}(x^2 - 2(v\cdot x)^2)] \quad (7)$$

であり，励起状態は次式で与えられる．

$$f_{\mu_1\mu_2\cdots}(v, x) = a_{\mu_1}^\dagger a_{\mu_2}^\dagger \cdots f_G(v, x) \quad (8)$$

ここで，$a_\mu^\dagger = \frac{1}{\sqrt{2\beta^2}}(\beta x_\mu + \partial_{x\mu})$ である．これは定計量型補助条件 $P^\mu a_\mu^\dagger f(v, x) = 0$ [7] を満たす．スピン波動関数はディラックスピノルの積で与えられ，スピン一重項とスピン三重項に分かれる．

$$W_{\mathrm{P_s}}(v) = \frac{1}{2\sqrt{2}}\gamma_5(1 - \gamma_\mu v^\mu) \quad \text{(スピン一重項)} \quad (9)$$

$$W_{\mathrm{V}}(v) = -\frac{1}{2\sqrt{2}}\gamma^\nu(1 - \gamma_\mu v^\mu)\epsilon_\nu^{(m)} \quad \text{(スピン三重項)} \quad (10)$$

[1] 日大理工・院・物理　[2] 日大短大・教員・総合　[3] 日大理工・教員・物理

3. パイオン放出による崩壊

クォークを u, d，反クォークを $\bar{c}$ に取ると，クォークのパイオン放出過程における相互作用ラグランジアンは，COQM の自由場のラグランジアンの運動項をファインマンの手法を用いて $\partial_1^\mu \to \partial_1^\mu \gamma_\mu$ とし，

$$\mathcal{L}_{\rm kin} = \bar{\Psi}(x_1, x_2)\frac{1}{2m_1}\overleftarrow{\partial_1^\mu}\gamma_\mu\gamma_\nu\overrightarrow{\partial_1^\nu}\Psi(x_1, x_2) + ... \tag{11}$$

$\partial_1^\mu \Psi \to \partial_1^\mu \Psi - i\frac{g_A}{\sqrt{2}f_\pi}\gamma_5 \partial_1^\mu \phi_\pi$ と置き換えることによって得られる [8].

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{\rm int} &= -\tfrac{g_A}{\sqrt{2}f_\pi}\tfrac{1}{2m_1}\bar{\Psi}[\gamma_5(\overrightarrow{\partial_{1\mu}} + \overleftarrow{\partial_{1\mu}}) \\ &\quad -i\gamma_5\sigma_{\mu\nu}(\overrightarrow{\partial_1^\nu} - \overleftarrow{\partial_1^\nu})]\Psi\partial_1^\mu\phi_\pi \end{aligned}\tag{12}$$

ここで，ϕ_π はパイオン（南部ゴールドストーンボソン）の場であり，f_π はパイオン崩壊定数である．(12) の右辺第一項を計算すると擬スカラー粒子の四元運動量の二乗になり，南部ゴールドストーンボソンの質量二乗であるため無視した．チャームドメソンのパイオン放出過程に対する散乱行列要素は，摂動展開の最低次で

$$\begin{aligned}S_{fi} &= \langle f|\int d^4x_1 \int d^4x_2 \langle\bar{\Psi}(x_1, x_2)\tfrac{i}{2m_1}\tfrac{g_A}{\sqrt{2}f_\pi}\gamma_5 \\ &\quad \times\sigma_{\mu\nu}(\overrightarrow{\partial_1^\nu} - \overleftarrow{\partial_1^\nu})\Psi(x_1, x_2)\rangle\partial_1^\mu\phi_\pi|i\rangle \end{aligned}\tag{13}$$

となる．これを重心座標と相対座標を用いて書き換えて重心座標の積分を実行すると，散乱行列 S_{fi} と不変振幅 T は

$$S_{fi} = \sqrt{\frac{MM'}{2P^0P'^0q^0V^3}}\delta(q + P' - P)T \tag{14}$$

$$\begin{aligned}T_{fi} &= \tfrac{g_A}{\sqrt{2}f_\pi}\int d^4x\langle\bar{\Psi}(P', x)\left(P^\nu + P'^\nu + \tfrac{i(m_1+m_2)}{m_1}\overleftrightarrow{\partial_x}^\nu\right) \\ &\quad \times\gamma_5 q^\mu\sigma_{\mu\nu}\Psi(P, x)\rangle\exp[i\tfrac{m_2}{(m_1+m_2)}q\cdot x] \end{aligned}\tag{15}$$

となる．ここで，P, P', q はそれぞれチャームドメソンの始状態，終状態およびパイオンの四元運動量，$M(M')$ は始状態 (終状態) の質量である．これより，チャームドメソンの崩壊幅は次式で与えられる．

$$\Gamma = \frac{1}{2J+1}\frac{M'|\boldsymbol{P}_\pi|}{2\pi M}\sum_{\rm spin}|T_{fi}|^2 \tag{16}$$

4. $D_2^* \to D + \pi$ の不変振幅

上記で示した手順を $D_2^* \to D + \pi$ 崩壊過程に適用するとローレンツ不変な振幅は

$$T_{fi} = \frac{\sqrt{2\beta^2}}{4M'\omega}\left(\frac{1}{m_1} + \frac{m_2M^2(1+\omega)}{\beta^2(m_1+m_2)^2}\right)q_\mu q_\nu\epsilon^{\mu\nu} \tag{17}$$

となる．ここで，$\epsilon^{\mu\nu}$ は分極テンソルである．始状態のメソンの静止系を考えると不変振幅は

$$\begin{aligned}T_{fi} &= \tfrac{g_A}{\sqrt{2}f_\pi}\tfrac{m_2}{2\sqrt{3\beta^2(m_1+m_2)^2}}\tfrac{M^2}{M'}\tfrac{(1+\omega)}{\omega}\boldsymbol{P}_\pi^2 I_G \\ &\quad -\tfrac{g_A}{\sqrt{2}f_\pi}\tfrac{\sqrt{\beta^2}}{2\sqrt{3}m_1\omega M'}\boldsymbol{P}_\pi^2 I_G \end{aligned}\tag{18}$$

$$I_G = \frac{1}{\omega}\exp[\frac{1}{4\beta^2}\left(\frac{m_2}{m_1+m_2}\right)^2\left(q^2 - \frac{2}{\omega}(q\cdot v)(q\cdot v')\right)] \tag{19}$$

となる．ここで $\omega = P_\mu P'^\mu/MM'$ であり，I_G は時空の積分から導出される形状因子である．

5. 崩壊幅の数値結果と考察

D^*, D_0^*, D_2^* の崩壊幅は，パラメーターを

$$f_\pi = 94\text{MeV},\ g_A = 0.75,\ \beta = 0.43\text{GeV},$$
$$m_1 = \frac{m_\rho}{2} = 0.387\text{GeV},\ m_2 = \frac{m_{J/\psi}}{2} = 1.55\text{GeV}$$

に取ると Table 1 のようになる．また，比較のために実験値 [4],[5] と非相対論的クォーク模型 [6] による結果を載せた．

Table 1. Decay widths of charmed mesons (MeV)

Decay process	$\Gamma^{\rm COQM}$	$\Gamma^{\rm exp}$	$\Gamma^{\rm NRQM}$
$D^* \to D + \pi$	$112\cdot10^{-3}$	$(83.4 \pm 2)\cdot10^{-3}$	$112\cdot10^{-3}$
$D_0^* \to D + \pi$	263	255±26	248
$D_2^* \to D(D^*) + \pi$	48	46±3.4	55

我々の結果を実験値と比べるとよく一致していることがわかる．非相対論的クォーク模型も実験に近い値を出しているが，結合定数 g_A の値は $g_A = 0.557$ であり，実験を再現するように決めている．一方，核子の $\mathrm{G_A/G_V}$ 比をクォーク模型で計算すると，$g_A = 0.75$ という値になることが知られており，我々の共変振動子クォーク模型ではこの結果と一致している．これは形状因子における相対論的効果が崩壊幅を抑制していることによる．

この研究では，第一励起状態（P 波メソン）の崩壊幅について調べた．最近の実験では，第二励起状態（D 波または動径励起状態メソン）に対応する，より高い質量を持つチャームドメソンも発見されており，これらのメソンの崩壊についても早急に調べることが必要である．

6. 参考文献

[1] R. Aaij et al. (LHCb Collaboration), Phys. Rev. D**91**, 092002 (2015); D**92**, 032002 (2015).

[2] R. Aaij et al. (LHCb Collaboration), Phys. Rev. Lett. **113**, 162001 (2014).

[3] S. Ishida, K. Yamada, and M.Oda, Phys. Rev. D**40**, 1497 (1989).

[4] K.A. Olive et al. (Particle Data Group), Chin. Phys. C**38**, 090001 (2014).

[5] R. Aaij et al. (LHCb Collaboration), Phys. Rev. D**92**, 012012 (2015).

[6] X.H. Zhong, Q. Zhao, Phys. Rev. D**78**, 014029 (2008).

[7] T. Takabayasi Prog. Theor. Phys. Suppl. **67**, 1 (1979).

[8] R.P. Feynman, M. Kislinger, and F. Ravndal, Phys. Rev. D**3**, 2706 (1971).