## 並進とねじれの連成振動モードに関する基礎的研究 その1 振動モードの一般形と各モードの分類

## Basic Study on Coupled Vibration Mode of Lateral Vibration and Torsional Vibration

Part 1, Generalization of vibration-mode and Classification of each mode

○染谷勝太<sup>2</sup>,加瀬友貴<sup>2</sup>, 増澤拓也<sup>3</sup>, 古橋剛<sup>1</sup>

\*Shota Someya<sup>2</sup>, Yuki Kase, Takuya Masuzawa<sup>3</sup>, Takeshi Furuhashi<sup>1</sup>

In this paper, we show the generalization for eigenvectors of eccentric buildings. And biaxial eccentricity building model is analyzed by an time history analysis.

1. 1. はじめに

ねじれ振動に対する既往の研究では、地震動の入力 方向によって剛心の位置が異なるように見えるモデル や二軸偏心モデルによる検討を行い、振動モードの生 じる方向による検討が必要であると述べている.

偏心建物の振動モードには並進成分とねじれ成分が 1 つのモードに連成して生じる傾向があることから, 本研究では振動モードの連成に着目し検討を行う. 1.2.検討モデルと振動方程式

本研究では Figure1 に示す立体モデルを用いて,建物 の振動モードを3つの基本形に縮約して検討する.ス パンは縦横6m,高さ4m,各節点番号を1~8で示す. 剛性要素は4本の柱に,質量は各節点に縮約,また低 層の構造物を対象とし,軸剛性を考慮しない.1層3 自由度の運動方程式<sup>1)</sup>を式(1)に示す.



1:日大理工・教員・建築 2:日大理工・学部・建築 3:前・日大理工・院・建築

本研究では1つの固有ベクトルに並進成分とねじれ 成分を共に有することを,並進とねじれの連成と呼ぶ ものとする.この時,各モードの振動方向は並進する 方向とx軸とのなす角をθと置いて式(4)で示す.

$$\theta = \tan^{-1} \left( \frac{r_y}{r_x} \right) \qquad \left( -\frac{\pi}{2} \le \theta \le \frac{\pi}{2} \right) \tag{4}$$

このように振動モードにはモードごとに振動方向が ある.固有ベクトルはねじれ成分も含めて直交関係に あるため,各モードの振動方向は必ずしも平面的な直 交関係にない点には留意する必要がある.また地震動 の入力方向によって各モードが励起される大きさも異 なるため,刺激係数は地震動の入力方向と x 軸とのな す角を φ と置くと式(5),また刺激関数は式(6)となる.

$$\beta_{\phi} = \frac{m(r_x \cos\phi + r_y \sin\phi)}{m(r_x^2 + r_y^2) + Ir_z^2} \quad (5) \qquad \beta_{\phi}r^{z} = \frac{m(r_x \cos\phi + r_y \sin\phi)}{m(r_x^2 + r_y^2) + Ir_z^2} \begin{cases} r_x \\ r_y \\ r_z \end{cases} \quad (6)$$

式(5)より振動モードのねじれ成分が大きくなるほど 刺激係数は小さくなるため,式(6)より振動モードのね じれ成分が大きい場合でも刺激関数が大きいとは限ら ず,また各モードの振動方向で最大となる.

式(3)から,固有ベクトルの値を代数的に求める. 今回のモデルで計算を行った際の固有値 $\lambda^2$ と固有ベクトルrは変数*a*, *b*, *c*により以下のように示す.

$ \mp - \aleph 1 : \lambda^2 = \omega_x^2 + b  \omega_x^2 \overline{e}_y  r_1^T = \{ 1 \ a \ b \} $
$ \mathcal{T} - \mathcal{F} 3  :  \lambda^2 = \frac{ac-b}{a^2 + abc+1} \omega_x^2 \overline{e}_y + \frac{ab+b^2c+c}{a^2 + abc+1} \omega_y^2 \overline{e}_x + \omega_\theta^2 $
$r_{3}^{T} = \left\{ \frac{ac-b}{a^{2}+abc+1} - \frac{ab+b^{2}c+c}{a^{2}+abc+1} \right\}$
なお,変数 $a, b, c$ の値及び $b$ の算出に必要な $\phi, p, \phi$

qの値は以下のように示すことができる.

70



各モードの一般形は各変数の値が変化することで無 偏心や一軸偏心にも対応する.式(3)に対し,一般形の 固有ベクトルのb=0とすると式(7)となる.

$$\lambda^{2} \begin{cases} 1\\ a\\ 0 \end{cases} = \begin{bmatrix} \omega_{x}^{2} & 0 & \omega_{x}^{2} \overline{e}_{y} \\ 0 & \omega_{y}^{2} & -\omega_{y}^{2} \overline{e}_{x} \\ \omega_{x}^{2} \overline{e}_{y} & -\omega_{y}^{2} \overline{e}_{x} & \omega_{\theta}^{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1\\ a\\ 0 \end{bmatrix}$$
(7)

これが成立する条件は $\omega_x^2 = \omega_y^2$ .また二軸偏心時に取 り得る固有ベクトルの組み合わせは、一般形において b=0の時、c=0の時、 $a \neq 0$ かつ $b \neq 0$ かつc=0の時で あるが、 $b=0 \ge c=0$ は区別ができないため同じものと する.この固有ベクトルパターンを、偏心距離を縦方 向に、剛性の条件を横方向にとり、Figure2に示す.



i) Classification of a combination of each mode iii) Classification of eigenvector
 Figure2 Classification of three mode by eccentric distance and rigidity

1. 4. 振動モードの各成分の推移

本節では各変数の推移から二軸偏心時の挙動を確認 する.重心,剛心の位置ごとに二軸偏心時の各固有ベ クトルの変数 *a, b, c*の分布を x 方向と y 方向の剛性 の比率を横軸にとったグラフに示す.なお,重心と剛 心の座標は Figure1 の節点 5 を原点としている.



Figure3 Relation between rigidity ration and each variable of X-axis direction and Y-axis direction

Figure3 i )より a の値は x 方向と y 方向の剛性比率が 1 に近いほど大きくなり,  $b \ge c$  の値は x, y 方向の剛 性の比率が等しい時にb=0 またはc=0となり, y 方向 の剛性が大きくなるに従い c の絶対値が大きく, b の 絶対値が小さくなることがわかる.また Figure3 ii )で は a, b, c 共に i )より絶対値が大きい.

また振動方向と刺激係数及び固有周期の推移を,x, y方向の剛性比率を横軸にしFigure4,5に示す.



Figure4 の縦軸は振動方向を示す. 剛比が1に近く, x, y 方向の剛性差が小さい時,振動方向は0°,90°方 向から大きくずれ,モード1,2の振動方向は平面的に 概ね直交することがわかる.またモード3はy方向の 剛性が相対的に大きい時にはモード2と同じ振動方向 になり,y 方向の剛性が相対的に小さいときにはモー ド1と同じ振動方向になる.x,y方向の剛性が等しい 時にはモード1または2と振動方向が一致する.

Figure5 の縦軸は刺激係数を示す.モード1,2は一 方が大きくなる傾向があるが,剛比が0.5~2の範囲で は絶対値が近くなる.モード3の刺激係数は0に近く, 励起されないモードであるといえる.

以上から二軸偏心の時,x、yの一方向の剛比が等し い時には最大値が生じる方向を判断することが難しい.

## 1. 5. まとめ

本研究では偏心建物の固有値計算により得られる固 有ベクトルに着目し、その一般形を示した.また二軸 偏心時のモデルに着目し、固有ベクトルの各成分や振 動方向、刺激係数がどのように推移するのか確認した. 参考文献

- 柴田明徳「最新耐震構造解析第 2 版」森山出版 2003.05
- 石丸辰治「応答性能に基づく「対震設計」入門」 彰国社 2004.03