H3-7

長方形断面水路下流端での自由越流の水面形に関する実験的検討

Experimental investigation on water surface profiles of free over flows at rectangular channel end

安田陽一 [1]，○宮代由生 [2]，清野恒陽 [2]
Yoichi Yasuda[1]，*Yuki Miyashiro[2]，Koyo Seino[2]

Abstract: This report presents characteristics of water surface profiles of free over flow in rectangular channel end. In free over flow in both horizontal and mild slope channels, it has been clarified experimentally that a similarity of the water surface profile can be obtained, and that the ratio of the distance between brink and critical sections to the critical flow depth affects channel slope and the Reynolds number. Further, the effect of Reynolds number on the relative distance might be explained on the basis of the momentum equation.

1.　はじめに

一様な矩形断面水路を有する水平水路または緩勾配水路，限界勾配水路において，水路下流端が自由放流となっている場合，水路上では H2 曲線または M2 曲線，C1 曲線が形成される．一般的な一次元の漸変流の基礎式(Gradually Varied Flow Equation)から H2 曲線または M2 曲線，C1 曲線の水面形を推定すると，限界水深から上流に向けた常流区間の水面形を推定することとなり，限界水深 hc から水路下流端の水深（Brink Depth[1],[2],[3],[4],[5]:h_b）までの水面形は推定することができない．また，Brink Depth から限界水深までの距離については Rouse によって検討され[6]，限界水深の 3.5 倍前後になると報告されている．一方で，水路勾配や Reynolds 数などの条件によって，Brink Depth から限界水深までの距離が異なることが実験により確かめられている．ここでは，H2 曲線または M2 曲線，C1 曲線の漸変流が形成される場合を対象として，Brink Depth から限界水深が生じるまでの距離について，水路勾配および流量規模を変化させて実験的な検討を行った．検討の結果，Brink Depth から限界水深が生じるまでの距離は同一の流量規模においては水路勾配が大きくなるにつれて大きくなり，同一の水路勾配においては流量規模が小さい方が大きくなることが確認された．本研究では，Brink Depth から限界水深までの距離を限界水深で無次元化した無次元量が水路勾配および Reynolds 数によって変化することを定量的に示し，その変化特性について考察を行った．

2.　実験方法

実験は，水路幅 0.40m，長さ 17m，高さ 0.60m を有する長方形断面水路を用いて，Table1 に示す実験条件のもとで水路下流端の水面形について検討を行った．それぞれの Reynolds 数に対して，水路勾配を水平勾配，緩勾配，限界勾配と変化させて測定を行った．水深については，ポイントゲージを用いて限界流の条件より求めた限界水深となるまで測定し，流量の測定は水路下流端に設置された全幅堰を用いた．

3.　Brink Depth から限界水深までの相対距離

水深 h を限界水深 hc で無次元化し，Brink Depth から上流側に向かっての距離 x'を限界水深までの距離 L で無次元化し，Table1 に示す実験条件で計測した水面形を Figure1 に示す．Figure1 に示されるように，無次元化した水面形は i，Re に関わらず，相似な水面形となることが分かった．この無次元化した水面形を(1)式で示す．

Table 1.　Experimental condition

	Reynolds 数 Re(−)	水路勾配 i(−)
(i)	1.2×10^5	0
		1/820
		1/432
		1/342
(ii)	5.5×10^4	0
		1/820
		1/432
		1/328
(iii)	1.8×10^4	0
		1/820
		1/432
		1/322

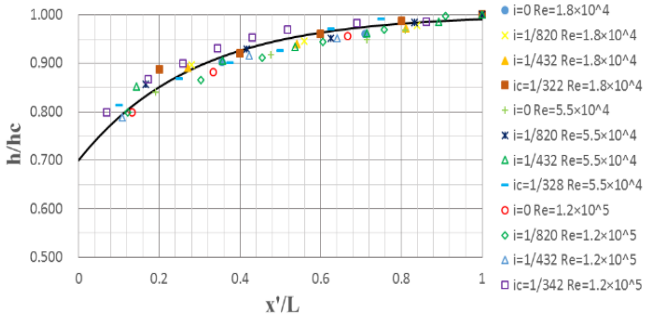

Figure 1. Non-dimensional water surface profiles

$$h/h_c = 1.0 - 0.3EXP(-3.5\ x'/L) \qquad (1)$$

Brink Depth から限界水深までの距離 L を限界水深で無次元化した相対距離 L/hc について，L/hc=f(i,Re)の関係で整理したものを Figure2 に示す．ここで，i は水路勾配，Re は Reynolds 数である．Figure2 に示されるように，相対距離 L/hc は水路勾配が大きくなるにつれて大きくなり，Reynolds 数が小さい方が大きくなる．すなわち，相対距離は Reynolds 数および水路勾配によって変化することが確認できた．

1：日大理工・教員・土木　2：日大理工・学部・土木

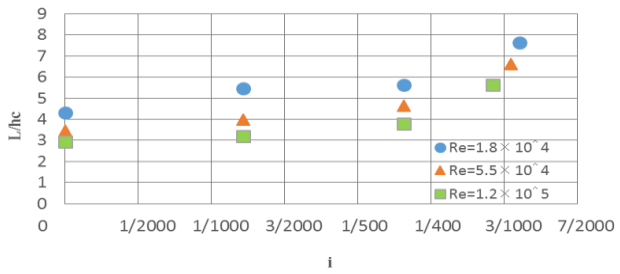

Figure 2. Change of relative distance

4. L/hc=f(i, Re)についての考察

相対距離が水路勾配によって変化することについては，水路勾配が増加するにつれて検査部内の流体の重さの流下方向成分が増加するため，相対距離も増加したものと考えられる

次に，相対距離が Reynolds 数によって変化することの妥当性について検討を行うため，Brink Depth から限界水深までの流体を検査部に選び，水路床に沿った方向に運動量方程式を適用することによって考察する．適用した式は(2)式のように示される．

$$\rho\int_0^{h_b}\bar{u}^2B\,dy-\rho\int_0^{h_c}\bar{u}^2B\,dy=\rho g\sin\theta\int_0^{L}hB\,dx'$$
$$-\int_0^{h_b}\bar{p}\cos(x,n_o)\,Bdy+\int_0^{h_c}\bar{p}\cos(x,n_o)\,Bdy$$
$$-\int_0^{L}\tau_o\,Bdx'-\rho\int_0^{h_b}\overline{u'^2}\,Bdy+\rho\int_0^{h_c}\overline{u'^2}\,Bdy \quad (2)$$

(2)式において，B は水路幅，$\bar{u}$は x 方向の時間平均流速，h は任意な地点での水深，$\bar{p}$は時間平均された圧力，$\overline{u'^2}$は x 方向の乱れ強さ，θ は水路床と水平面のなす角度，τ_0 は壁面せん断応力である．

(2)式を限界水深および限界流速によって表示した運動量 ρVc^2Bhc で無次元化し，Brink Depth が生じる断面の項を左辺に移項し，その他を右辺に移項したものを(3)式で示す．

$$\int_0^{\frac{h_b}{h_c}}\frac{\bar{u}^2}{V_c^{\,2}}dY+\int_0^{\frac{h_b}{h_c}}\frac{\bar{p}}{\rho V_c^{\,2}}\cos(x,n_o)\,dY+\int_0^{\frac{h_b}{h_c}}\frac{\overline{u'^2}}{V_c^{\,2}}dY$$
$$=\sin\theta\frac{L}{h_c}\int_0^1 H\,\mathrm{dX'}+\int_0^1(1-Y)\cos\theta\,dY$$
$$+\int_0^1\frac{\bar{u}^2}{V_c^{\,2}}dY-\frac{L}{h_c}\int_0^1\frac{\tau_o}{\rho V_c^{\,2}}dX'+\int_0^1\frac{\overline{u'^2}}{V_c^{\,2}}dY \quad (3)$$

ここで，使用した水路は滑面であったため摩擦抵抗係数は乱流滑面の場合を用いることとし，検査部の水圧は静水圧と仮定する．また，検査部の平均流速は(4)式のように近似され[7]，限界流断面での流下方向の乱れ強さは(5)式のように表現されるものとする[8]．

$$\bar{u}=U_c\left(\frac{y}{h_c}\right)^{\frac{1}{N}}\equiv U_cY^{\frac{1}{N}},\mathrm{U}_c=\frac{N+1}{N}V_c,V_c=\frac{Q}{Bh_c} \quad (4)$$

$$\sqrt{\overline{u'^2}}\Big/V_*=2.3/\mathrm{EXP}\left(\frac{y}{hc}\right)\equiv 2.3/\mathrm{EXP}\left(\frac{y}{hc}\right) \quad (5)$$

上記の仮説が正しければ，(4)，(5)式を考慮した(3)式が満足することになる．そこで，(3)式の右辺に実験結果および(4)，(5)式を代入し，同一の水路勾配において，Reynolds 数が異なる場合の右辺の値の差異を Table2 に示す．Table2 に示されるように同一の水路勾配において，右辺の値に対する差異は最大でも約 0.18%となり，Reynolds 数による違いがないことが確認できる．すなわち，Figure2 に示されるように，相対距離が Reynolds 数によって変化することに矛盾がないものと考えられる．

Table 2. Comparison of the value of (3)

i	⊿			⊿max (%)
	(ⅰ)(ⅱ)	(ⅰ)(ⅲ)	(ⅱ)(ⅲ)	
0	0.0004	0.0003	0.0000	0.04
1/820	0.0003	0.0018	0.0015	0.18
1/432	−0.0001	−0.0004	−0.0003	0.04
ic	−0.0004	0.0002	0.0005	0.05

5. まとめ

水平勾配または緩勾配，限界勾配において漸変流が形成される場合を対象として，Brink Depth から限界水深が生じるまでの距離について実験的な検討を行った．検討の結果，相対距離は水路勾配が大きくなるにつれて大きくなり，同一の水路勾配においては Reynolds 数が小さくなるほど大きくなることが確認された．また，運動量方程式を用いて実験結果の妥当性について考察を行った．その結果，異なる Reynolds 数を用いても Brink Depth が生じる断面の無次元項の差異はなく，相対距離が Reynolds 数によって変化することに矛盾がないことが分かった．

6. 参考文献

[1] N. Rajaratnam M.ASCE & D. Muralidhar, Characteristics of The Rectangular Free Overfall, Journal of Hydraulic Research, 1968, pp. 233-258.
[2] M.V. Jagannadha Rao, N.S. Lakshmana Rao, K. Seetharamaiah, Brink Depth Method for Estimation in Rectangular Channels, 4th Australian Conference on Hydraulic Fluid Mechanics, 1971, pp. 458-465.
[3]Seyed Vahid Nabavi, Flow Measurement in Rectangular Channels, Bulletin of Environment, Pharmacology Life and Sciences, Vol. 4, 2015, pp. 457-467.
[4] Sonali Swetapadma, S.K. Mittal, M.K. Choudhary, Brink Depth at Free Overfall-A Review International Journal of Engineering Research, Vol. 3, No. 10, 2014, pp. 594-601.
[5]Sonali Swetapadma, S.K. Mittal, M.K. Choudhary, Experimental Analysis of Bring Depthin A Smooth Rectangular Chanel, International Journal of Innovative Science, Engineering & Technology, Vol. 2, 2015, pp. 639-646.
[6]H. Rouse, Discussion of “Energy Loss at The Base of A Free Overfall”, Transactions, ASCE, Vol. 108, 1943, pp. 1383-1387.
[7] Cheng, Nian-Sheng, Power-Law Index for Velocity Profiles in Open Channel Flows, Advances in Water Resources, Vol. 30, No. 8, 2007, pp. 1775-1784.
[8] 祢津家久，開水路乱流の乱れ強度に関する研究，土木学会論文報告集，第 261 号，1977, pp. 67-76.