K5-69

自然歪理論に基づき推定された大変形下での降伏曲面の形状
（順方向の単純剪断で得られる降伏曲面と順方向後に逆方向の単純剪断で得られる降伏曲面の比較）
Shape of Yield Surface under a Large Deformation estimated by using Natural Strain Theory
(Comparison of yield surface by simple shear in the forward direction with yield surface by simple shear in reverse direction after forward direction)

○井手 敦也 [1]，秋庭　徹 [2]，　加藤 保之 [3]
Atsuya IDE [1], Toru AKIBA[2], Yasuyuki KATO [3]

Abstract:　The shape of the yield surface generated under a large deformation is investigated by using Natural Strain theory.　In a series of our previous studies, focusing on the three types of different pre-deformation, namely, proportional loading of tension and torsion, shear after uniaxial tension and tension after simple shear, the experiments for examining the shape of yield surface have been conducted.　In consequence, it was revealed that the anisotropy of the yield surface is closely related to the pre-deformation that is applied in the latter stage of deformation path.　In this study, the shape of yield surface, which is generated after applying the pre-deformation of simple shear in the reverse direction after forward direction, is examined.

１．緒　言

これまで，剪断歪から剛体回転が明確に分離でき，歪の加法則が成立する自然歪理論に基づき，大変形下の降伏曲面の形状を調べてきた．この一連の研究では，試験片に大きな予変形を与えてその変形履歴が降伏曲面の形状の異方性に及ぼす影響を調査するために予変形の経路を変えて実験が行われ，引張と剪断の順序を換えた実験結果から，降伏曲面の異方性は，後から加えた予変形に大きく依存することが確認され，歪硬化が大きく進行した状態で異方性が形成されることが明らかとなってきた．

本研究では，大きな剪断の予変形を与えて既に歪硬化が進行した試験片に対し，更に逆方向の剪断の予変形を加える場合を検討する．この逆向きに予変形を与える過程では，逆方向の剪断応力が急激に増大するが，ここでは，逆方向に剪断の予変形を与える過程で歪硬化がある程度進行し，逆向きの剪断応力が既に増大した状態で降伏曲面の形状を調査する．特に本報では，逆方向の剪断変形量が比較的小さい逆剪断直後における降伏曲面の形状を調査する．そして，逆方向の剪断を与える直前の順方向のみの剪断の予変形で得られる降伏曲面の形状と比較することで異方性の発達の過程を確認する．

２．剪断の予変形の経路について

図１は，予変形の変形履歴を偏差主応力 S_1（剪断応力 τ_{xy}）と偏差主歪 e_1 の関係で表したものである．図中の経路　(O→A→B) が順方向の剪断の予変形の過程であり，本研究で与える予変形の変形履歴は，図中の逆向きの変形の経路　(B→C→D) をこの経路に更に加えたものである．この逆向きの負荷経路においては，急激に歪硬化が進行するために順方向とは逆向きの剪断応力が一気に増大する．本研究では，順方向の剪断変形を与えた後にこの逆向きの剪断変形の経路（B→C→D）を与えた逆剪断直後（即ち，図中の D 点）で得られる降伏曲面の形状を調査する．図２は，過去の研究で既に明らかとなっている順方向の剪断の予変形（O→A→B）で得られる降伏曲面の形状を示したものである．図中の曲線は，歪硬化係数が同一値の応力を連ねて表したものであるが，予変形の最終方向（順方向の剪断の予変形を加えた 45 [deg.] 側）で曲線の間隔が狭く密集し，一方で逆剪断側では，間隔が広くなり，降伏曲面及びその内部では異方性が発生していることが確認できる．本研究で与える予変形の最終方向は，逆剪断（135 [deg.] 側）であるので，もし異方性の発達が最終変形状態に大きく依存すると仮定すると，この逆剪断の過程で急激に材料内に異方性が形成され，図２とは逆向きの異方性が発生することが予想される．

3. 接線係数に基づく降伏応力の推定法

予変形を与えた方向と逆側では，偏差主応力－偏差主歪曲線は緩やかになり，残留歪を基準に決定する耐力の方法では降伏応力を低く推定してしまう．そのため，この方法は必ずしも正確に降伏応力を決定できない．

そこで，本研究では，偏差主応力-偏差主歪線図の接線係数を基に降伏応力を決定する方法を採用する．先ず，降伏前後の緩やかな曲線を式（1）に示す実験式で表す．

$$S_1 = a\left(1 - exp\left(be_1\right)\right) + ce_1 + d \qquad (1)$$

ただし，式中の係数 a，b，c，d の値は，この曲線が実際の実験値に一致するように，　LM 法を用いて決定する．

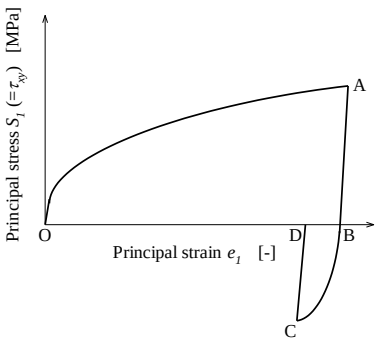


Fig.1 Pre-deformation of shear

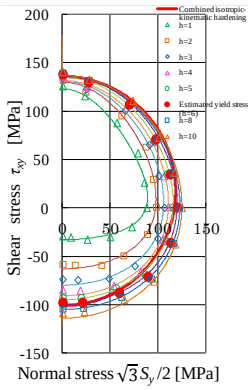


Fig.2 Shape of yield surface in simple shear (Forward direction)

1: 日大理工・学部・機械，2: 日大理工・院・機械，3: 日大理工・教員・機械

ここで，式（1）を微分すると，

$$\frac{dS_1}{de_1} = -ab\exp\left(be_1\right) + c \qquad (2)$$

となり，これより曲線上の接線の傾きを求めることができる．この値が予変形の最終状態から既定された降伏時の接線係数と一致するときの応力を降伏応力と定義する．この接線係数より，歪硬化係数 h は次式の様に表される．

$$h = \frac{2G}{\frac{dS_1}{de_1}} - 1 \qquad (3)$$

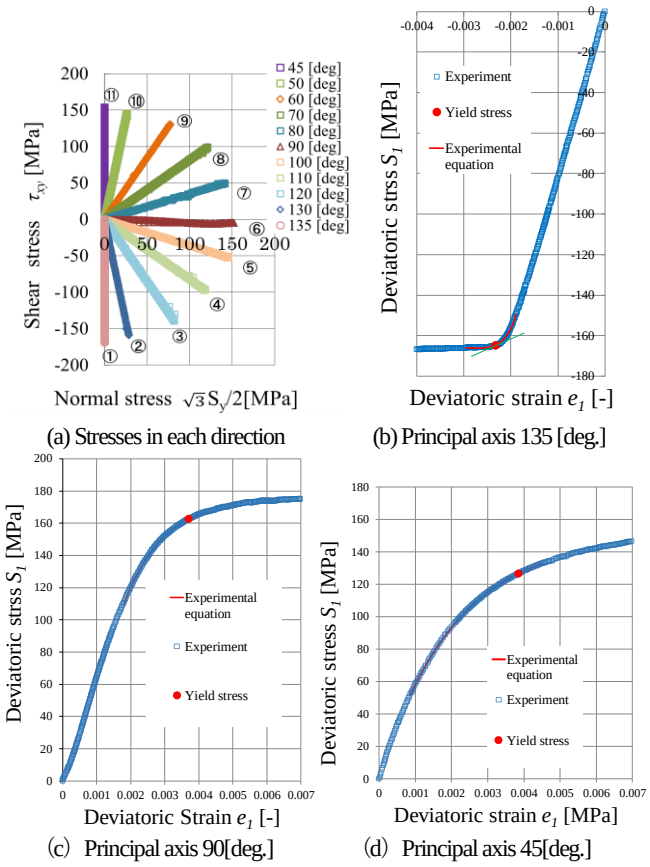
4．実験方法

4-1　実験装置　本実験では，タフピッチ銅（純度 99.99%）の焼き鈍し円筒試験片を採用する．また，実験装置については，引張と剪断を同時に加えることのできる複合負荷試験機を用い，大きな剪断の予変形を与える際には，試験片に装着した円盤形状の治具に細いワイヤーを張り，ロータリーエンコーダーの回転角から標点間の捩れ角を測定する．

4-2　実験方法　本実験は予変形を与える実験と予変形後の比例負荷実験の２段階の実験から構成される．

単純剪断の予変形を与える実験条件については，順方向の大きな単純剪断をストレッチ量 $\lambda = 1.40$[-]（剪断変形量 $D_{12} = 0.682$[-]）まで与えた後に，逆方向に剪断を与えて，最終状態がストレッチ量 $\lambda = 1.35$[-]（剪断変形量 $D_{12} = 0.612$[-]）となるまで与える実験条件であり，すべての試験片に対して最終変形が同一値となる様に与える．

予変形後の比例負荷実験の条件については，試験片に３軸ゲージを装着し，引張と捩りを同時に作用させて応力主軸の方位を 45，50，60，70，80，90，100，110，120，130，135 [deg.]に固定して実験を行う．



(a) Stresses in each direction　(b) Principal axis 135 [deg.]

(c) Principal axis 90[deg.]　(d) Principal axis 45[deg.]

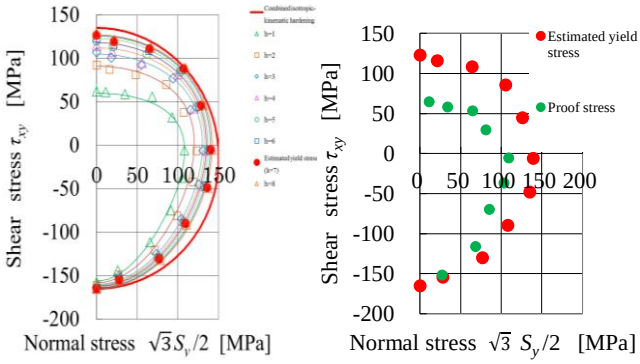
Fig.3. Principal deviatoric stress – principal deviatoric strain diagram

5．実験結果

図３（a）は，前述の予変形を与えた後の比例負荷実験で得られる応力の軌跡を応力空間内に描いたものである．この図の①～⑪は 135，130，120，110，100，90，80，70，60，50，45 [deg.] のそれぞれの実験結果である．次に，図３（b）～（d）に，一例として 135，90，45 [deg.] の偏差主応力－偏差主歪線図を描き，降伏応力（●）を示す．

更に歪硬化係数を求め，①から⑪迄のすべての方位の降伏応力を推定した結果を図４(a)に示す．また，この図には，降伏曲面の内部の接線係数を調べて，同一の h の値を連ねて描いた曲線が示されている．予変形の最終方向の 135[deg.]側では，h の分布曲線は密集し切り立った分布になるのに対し，45 [deg.]側では，曲線の間隔は広くなり緩やかな分布となっている．特に h の値が低い程，その傾向が顕著に表れる．この結果は，前述の図２の結果とは，まったく逆の傾向となることから，逆向きの剪断の予変形を与える過程で形成されたことが確認できる．

次に，図４（b）は，本手法で決定した降伏曲面の実験結果を従来の耐力による結果と比較したものである．本手法で推定した降伏応力（●）は移動と膨張を考慮した修正 *Mises* 型の真円（図中の赤の線）の形状に近いのに対し，耐力（●）に基づく推定方法では予変形の最終方向とは逆側（45[deg.]側）で降伏応力の値を低く推定してしまい，降伏曲面は，より扁平の傾向を示す．



(a) Distribution of h and yield surface　(b) Comparison of yield surface

Fig.4. Shape of yield surface

6．結　言

予変形の変形履歴として，順方向の大きな剪断を与えた後に逆方向の剪断の予変形を与えて得られる降伏曲面の形状を調べ，以下のことが明らかとなった．

(1) 予変形の最終負荷方向である逆方向の剪断側に異方性が表れたことから，逆方向の剪断の予変形の過程で新たに異方性が形成される．

(2) h の分布曲線の間隔は逆方向の剪断方向側で狭くなり，順方向側では曲線の間隔は広くなる傾向を示す．

(3) 耐力に基づく決定方法は，予変形の最終負荷方向である逆方向の剪断側では本手法の結果とあまり差異が認められないが，順方向側では，本手法の結果と比べて低い値となり降伏曲面の扁平化の傾向がより大きく表れる．