

燃料消費量最小に基づく航空機の軌道最適化

Trajectory optimization of aircraft based on minimum fuel consumption

○中村太樹¹, 佐々修一², 安部明雄²Daiki Nakamura¹, Shuichi Sasa² and Akio Abe²

Abstract : Air traffic has increased in number in recent years due to the increasing globalization. To cope with the increase in global air traffic, Trajectory Based Operation(TBO) are being planned. Study of optimization techniques in order to realize the TBO is one of the important items. In this paper, minimum fuel trajectory of an aircraft is calculated using a optimization technique of dynamic programming. As final time is not fixed, time variable was converted to distance, and original problem was transformed to fixed interval optimization problem.

1. 研究背景

近年、航空機の機体性能の向上に伴い経済性や環境適合性等の性能が高まっている。また、航法システムにより飛行軌道の最適化を行い、航空機の性能を十分に引き出すことが出来る。一方で、航空需要の増大により世界的に航空交通量は増え続けている。空路の混雑により、あらかじめ定められた最適軌道を飛行することは困難になっている。この課題に対して日本では CARATS(Collaborative Action for Renovation of Air Traffic System)が取りまとめられ、将来的な軌道ベース運用(TBO)を目標としている。軌道ベース運用とは、全体を1つの空域として捉え、出発から到着までの軌道全域を最適化する方式である。軌道ベース運用の実現に当たり、軌道最適化手法は検討すべき問題のひとつである。本研究では、動的計画法を用いて燃料消費量最小に基づく、航空機の最適軌道生成を行った。また、得られた最適軌道より、上昇、巡行、降下の各フェーズでの飛行効率を評価し、各フェーズでどのような飛行計画にすれば良いかを議論する。

2. 航空機の運動計算モデル

航空交通管理の分野では航空機の運動モデルとして、質点近似運動方程式が多く用いられる。航空機の縦の運動方程式は次式である。

$$dV_{TAS}/dt = (T - D - mg \sin \gamma)/m \quad (1)$$

$$d\gamma/dt = (L - mg \cos \gamma)/mV_{TAS} \quad (2)$$

$$dx/dt = V_{TAS} \cos \gamma \quad (3)$$

$$dh/dt = V_{TAS} \sin \gamma \quad (4)$$

燃料流量に関しては推力に線形依存するものとする。

$$dm_{fuel}/dt = cT \quad (5)$$

ただし、燃料消費による航空機の質量変化は全体の質量に比べ十分小さいとし無視できるものとする。最適化計算の評価関数は、終端時刻での燃料消費量とし、燃料流量の初期時刻から終端時刻までの積分で表す。

$$J = \int_{t_0}^{t_f} cT dt \quad (6)$$

空力モデル、大気モデル、及び推力モデルは以下に示す式で表すとす。大気密度は、気温一定の指数関数モデルを用いる。また、最大推力は高度上昇により減少するため、高度に線形依存する形で表す。

$$L = \rho V_{TAS}^2 SC_L/2 \quad (7)$$

$$D = \rho V_{TAS}^2 SC_D/2, C_D = C_{D0} + KeC_L^2 \quad (8)$$

$$\rho(h) = e^{-\beta h} \quad (9)$$

$$T_{max}(h) = T_{max max} - (T_{max max} - T_{max min})h/h_{max} \quad (10)$$

3. 最適化手法

本稿では、最適化手法として動的計画法を用いる。動的計画法は、閉区間で定義された独立変数と状態変数を離散化し状態空間に形成された格子点の組み合わせから最適解を探索していく方法である。したがって、独立変数は閉区間で定義する必要があり、終端時間自由の最適化問題を時間を独立変数としたまま解くことは不可能である。そこで、独立変数を時間から閉区間で定義された物理量へと変換することにより動的計画法でも解けるようにすることを考える。本研究では独立変数を時間 t から距離 x へと変換する。(1)~(4)式を、独立変数を x として書き換えると以下の式で表せる。

$$dV_{TAS}/dx = (T - D - mg \sin \gamma)/mV_{TAS} \cos \gamma \quad (11)$$

$$d\gamma/dx = (L - mg \cos \gamma)/mV_{TAS}^2 \cos \gamma \quad (12)$$

$$dh/dx = \tan \gamma \quad (13)$$

また、評価関数は次式となる。

$$J = \int_{x_0}^{x_f} (cT/V_{TAS} \cos \gamma) dx \quad (14)$$

ここで、状態変数と制御変数は次のように定める。

$$\mathbf{x} = [V_{TAS}, h]^T, \quad \mathbf{u} = [T, \gamma]^T$$

また、計算条件として独立変数と状態変数の格子間隔を Table 1 のように定める。

Table 1 Grid spacing

	Lower limit	Upper limit	Grid Resolution
Distance [km]	0	900	30
Altitude [m]	3000	12500	100
True Air Speed [m/s]	128	240	4

4. シミュレーション結果

2, 3節で示した航空機の運動計算モデルに具体的なパラメータを与え、動的計画法による最適化シミュレーションを行う。航空機の性能計算には BADA モデルを用いる。また、機体モデルは国内線で多く使用され

ている Boeing737-800 型機を採用する. さらに, 状態変数, 制御変数には飛行可能領域を満たすように制約条件, 境界条件を設定する. 制約条件を Table2, 境界条件を Table3 にそれぞれ示す.

Table 2 Constraint condition

True Air Speed [m/s]	$128 \leq V_{TAS} \leq 240$
Altitude [m]	$3000 \leq h \leq 12500$
Flight Pass Angle [deg]	$-5 \leq \gamma \leq 5$
Thrust [N]	$T \leq T_{max}$

Table 3 Boundary condition

	Initial condition	Final condition
Distance [km]	0	900
Altitude [m]	3000	3000
True Air Speed [m/s]	128	128
Time [s]	0	free

上記の条件は, 文献[4]で示されている条件と同じものである. 文献[4]では MATLAB の最適化ツールである fmincon を用いて最適化を行っている. fmincon は逐次 2 次計画法 (SQP) と呼ばれる最適化手法を用いて最適化計算を行う. 本研究で動的計画法 (DP) によって得られた最適軌道に加え, 文献[4]で逐次 2 次計画法 (SQP) によって得られた最適軌道を Fig.1~Fig.5 に示す. また, 両手法での最適軌道での燃料消費量と飛行時間を Table 4 に示す.

両手法により得られた最適軌道はほぼ一致する結果となった. 巡航時の速度と高度は上限の 240m/s, 1.25km である. また, 巡航時の揚抗比の値が大きな値をとっているのが読み取れる. このことから, 航空機は高高度, 高速度で燃料効率の良い飛行となるのがわかる. また, 降下時には理論上最大の揚抗比となっている.

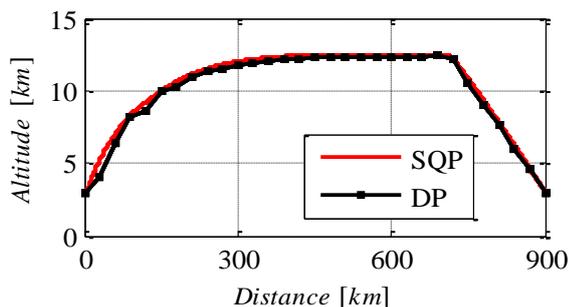


Fig.1 Optimal trajectory

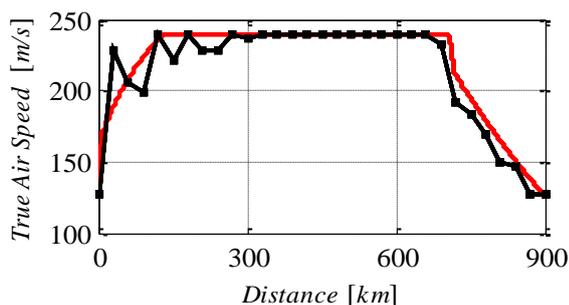


Fig.2 True Air Speed

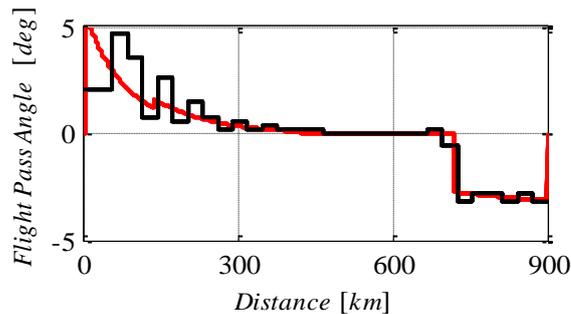


Fig.3 Flight pass angle

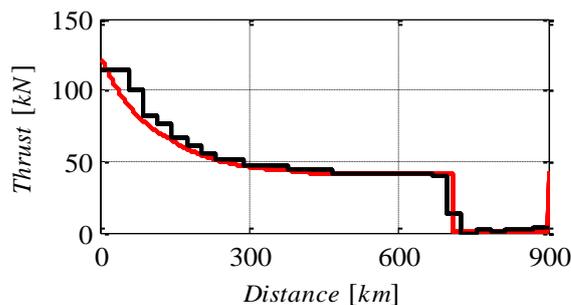


Fig.4 Thrust

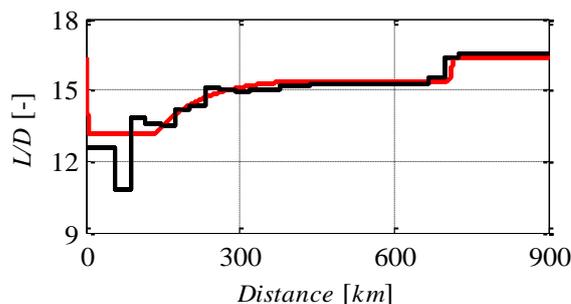


Fig.5 Lift to Drag ratio

Table 4 Fuel consumption and Flight time

	Fuel consumption	Flight time
DP	2600kg	69.5min
SQP	2658kg	70min

4. 結論

動的計画法を終端時間自由の最適化問題に適応するため, 独立変数を時間から距離に変換し, これを用いて燃料消費量最小に基づく軌道最適化を行った. また, 文献[4]に示されている逐次 2 次計画法による最適軌道と比較をし, ほぼ一致する結果となることを確認した.

参考文献

- [1] EUROCONTROL Experimental Center : User Manual for the Base of Aircraft Data (BADA) revision3.10, EEC Technical / Scientific Report No.12/04/10-45
- [2] 宮本侑斗, 原田明德, ナヴィンダ キトマル ビクラマシハ : BADA モデルを用いた旅客機の軌道最適化による運航効率の評価, 航空宇宙技術 Vol.13, pp1-10, 2014
- [3] 宮沢与和, 劉信榕 : 飛行時間と燃料消費量に関する一考察, 第 53 回飛行機シンポジウム, 松山, 2015
- [4] 中村太樹, 最適軌道計画の研究, 日本大学理工学部航空宇宙工学科 2015 年度卒業論文