L−60

CIP 法による電磁パルスの伝搬解析

Propagation Analysis of Electromagnetic Pulses Using the CIP Method

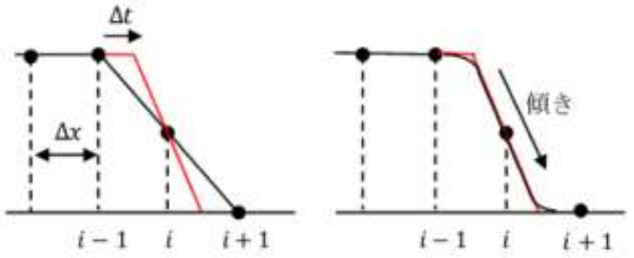
○谷口宣明 [1]，山口隆志 [2]，大貫進一郎 [3]
*Nobuaki Taniguchi[1]，Takashi Yamaguchi[2]，Shinichiro Ohnuki[3]

Abstract: The constrained interpolatoin profile method is expected as a reliable computational technique for studying electromagnetic waves. In this paper, we will investigate propagation of electromagnetic pulses using the constrained interpolatoin profile method and computational accuracy will be discussed.

１．はじめに

CIP (Constrained Interpolatoin Profile)法は, 電磁波の解析をする際，誤差の少ない数値計算手法として期待されている.

本報告では，CIP 法を用いて移流方程式を解き，電磁パルスの伝搬シミュレーションを行う．電磁界解析で現在主流となっている FDTD (Finite Difference Time Domain)法の計算結果と比較することにより, その有用性を検討する.



(a) Difference method　　(b) CIP method

Figure 1 Fundamental Principle of CIP method

２．解析手法

CIP 法とは，次式に示す移流方程式の数値解法として矢部らにより提案された[1,2].

$$\frac{\partial f}{\partial t}+u\frac{\partial f}{\partial x}=0 \tag{1}$$

ここで, u は移流速度を表す. 移流方程式の解法には, 従来差分法が用いられてきたが，差分法では格子点の座標しか用いないため，数値拡散が発生する．それに対し，CIP 法では格子点ごとでの微分係数を考慮することにより格子の座標と傾きも同時に移流させるため, 高精度の計算が期待できる.

Figure 1 に CIP 法の概要を示す．Figure 1 (a)の差分法では，格子上の座標のみを補間するため，数値のなまりや数値拡散が生じる．Figure 1 (b)の CIP 法では，格子上の座標だけでなく微分値も移流させ，数値拡散を低減できる.

CIP 法では，次式に示す三次関数によって格子点間を補完する.

$$F_i(x)=a_i(x-x_i)^3+b_i(x-x_i)^2+c_i(x-x_i)+d_i \tag{2}$$

式(2)を微分すると,

$$\frac{dF_i(x)}{dx}=3a_i(x-x_i)^2+2b_i(x-x_i)+c_i \tag{3}$$

となる．格子点とその間の傾きは以下により求まる.

$$F_i(x_i)=d_i=f_i \tag{4}$$

$$\frac{dF_i(x_i)}{dx}=c_i=g_i \tag{5}$$

$$F_i(x_{i-1})=-a_i(\Delta x)^3+b_i(\Delta x)^2-c_i(\Delta x)+d_i=f_{i-1} \tag{6}$$

$$\frac{dF_i(x_{i-1})}{dx}=3a_i(\Delta x)^2-2b_i(\Delta x)+c_i=g_{i-1} \tag{7}$$

$$a_i=\frac{g_i+g_{i-1}}{(-\Delta x)^2}+\frac{2(f_i-f_{i-1})}{(-\Delta x)^3} \tag{8}$$

$$b_i=\frac{3(f_{i-1}-f_i)}{(-\Delta x)^2}-\frac{2g_i+g_{i-1}}{(-\Delta x)} \tag{9}$$

となる．ここで， $\Delta x=x_i-x_{i-1}$ である．これらをまとめると,

$$F(x-u\Delta t)=f^{n+1} \tag{10}$$

$$\frac{dF(x-u\Delta t)}{dx}=g^{n+1} \tag{11}$$

$$f^{n+1}=a_i\xi^3+b_i\xi^2+g_i{}^n\xi+f_i{}^n \tag{12}$$

$$g_i{}^{n+1}=3a_i\xi^2+2b_i\xi+g_i{}^n \tag{13}$$

となる．また， $\xi=-u\Delta t$ である．式(12)と式(13)を繰り返すことにより，移流方程式の解が求められる[3].

１：日大理工・学部・電気　２：(地独)東京都立産業技術研究センター　３：日大理工・教員・電気

3．数値結果

今回の解析に用いる電磁パルスの波形は Figure 2 (a)のガウシアンパルスと，Figure 2 (b)の矩形パルスである．これらの伝搬解析を CIP 法及び FDTD 法により行う．

Figure 3 は，$x = 0$ [mm]にガウシアンパルスを発生させ，$t = 3.5$ [s]における電界分布の解析結果である．CIP 法と厳密解は図上で完全に一致しているが，FDTD 法と厳密解の間に僅かに差が認められる．

Figure 4 は，$x = 0$ [mm]に矩形パルスを発生させ，$t = 3.5$ [s]における電界分布の解析結果である．CIP 法では多少のオーバーシュートを除けば，ほぼ厳密解と一致している．FDTD 法ではパルスの立ち上がり，立下がりの近傍にて大きな差異が確認できる．

Table 1 は，各手法による計算結果と厳密解との絶対誤差の最大値をまとめたものである．ガウシアンパルスの伝搬では，CIP 法では誤差の最大値が 0.0021 となっているのに対し，FDTD 法では 0.0209 と，1 桁大きな誤差を生じている．また，矩形パルスの伝搬では，CIP 法では誤差の最大値が 0.14 なのに対して，FDTD 法では誤差の最大値が 0.31 となる．

以上より，今回の電磁パルス伝搬解析においては，CIP 法が FDTD 法よりも全体的に高精度な解析が可能である．

4．まとめ

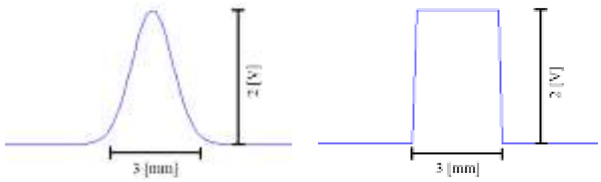
電磁パルスの伝搬解析に対し，CIP 法と FDTD 法による数値結果を比較し，CIP 法は差分による数値拡散を抑えられることを明らかにした．

5．謝辞

本研究の一部は，私立大学戦略的研究基盤形成支援事業の援助を受けて行われた．

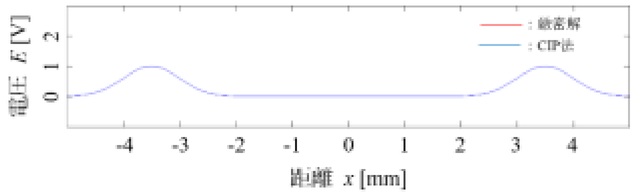
参考文献

[1] 矢部孝，内海隆行，尾形陽一，CIP 法，2003.
[2] 矢部孝，尾形陽一，滝沢研二，CIP 法と Java による CG シミュレーション，2007.
[3]谷口宣明，大貫進一郎，：”高機能デバイスの創生へ向けた磁性流体の数値シミュレーション”，電気学会 2016 第 7 回学生研究発表会，8-29，2016.

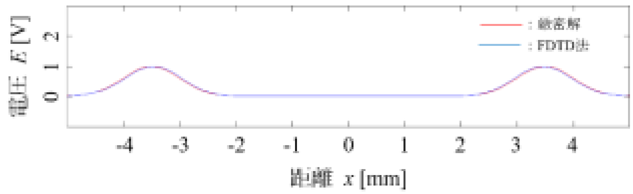


(a) Gaussian pulse　　(b) Square pulse

Figure 2 Pulse wave

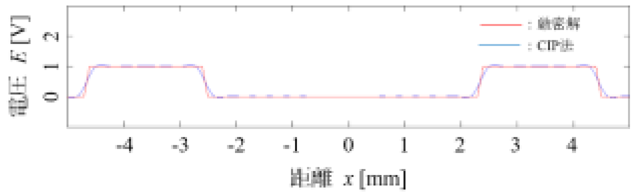


(a) CIP method

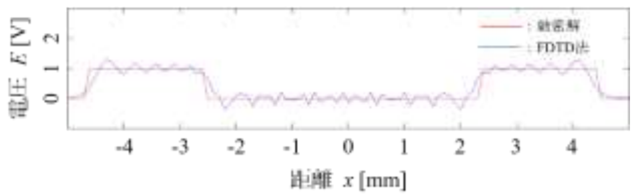


(b) FDTD method

Figure 3 Gaussian pulse wave ($t = 3.5$ [s])



(a) CIP method



(b) FDTD method

Figure 4 Square pulse wave ($t = 3.5$ [s])

Table 1 Computational error ($t = 3.5$ [s])

電磁パルス	CIP 法	FDTD 法
ガウシアンパルス	0.0021	0.0209
矩形パルス	0.141	0.325