

FDTD 法による金属円柱の電磁界解析 —厳密解との比較—

Electromagnetic Field Analysis of Metal Cylinders Using the FDTD Method

—Comparison with the Exact Solution—

○大西峻平¹, 渡部慎太郎², 上村凌平³, 大貫進一郎⁴

*Ryohei Ohnishi¹, Shintaro Watanabe², Ryohei Uemura³, Shinichiro Ohnuki⁴

Abstract: We discuss electromagnetic scattering from a metal cylinder, Back scattered responses are computed by using the most popular algorithm, finite-difference time-domain method. Computational accuracy is investigated to make a comparison of the exact solution.

1. はじめに

近年, 微小金属列を用いて局在表面プラズモンを伝搬させることで, 回折限界を超えて光を制御するプラズモニックデバイスの研究が行われている^[1]. 本報告ではその基礎検討として FDTD 法により金属円柱における電磁波後方散乱解析を行う. 入射パルスの形状変化に対して, 時間領域における厳密解^[2]と比較し, 計算の信頼性を検討する.

2. 解析手法

FDTD 法は電磁界解析手法の一つであり, 次式に示すマクスウェル方程式を時間的, 空間的に差分を用いて離散化し, 時間領域の解析を行う手法である^[3].

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \quad (1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \sigma \mathbf{E} \quad (2)$$

ここで, $\mathbf{E}$ は電界, $\mathbf{H}$ は磁界, μ は透磁率, ε は誘電率, σ は導電率である.

本報告では H 波を入射した際の金属円柱における散乱波を求める. 式(1), (2)を以下のように差分することで時間領域における後方散乱応答が求まる.

$$\begin{aligned} H_z^{n+\frac{1}{2}}(i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}) &= H_z^{n-\frac{1}{2}}(i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}) \\ &+ C_1 \left\{ \frac{E_y^n(i+1, j+\frac{1}{2}) - E_y^{n-\frac{1}{2}}(i, j+\frac{1}{2})}{\Delta x} \right. \\ &\quad \left. - \frac{E_x^n(i+\frac{1}{2}, j+1) - E_x^{n-\frac{1}{2}}(i+\frac{1}{2}, j)}{\Delta y} \right\} \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} E_x^n(i+\frac{1}{2}, j) &= C_2 E_x^{n-1}(i+\frac{1}{2}, j) \\ &- C_3 \frac{H_z^{n-\frac{1}{2}}(i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}) - H_z^{n-\frac{1}{2}}(i+\frac{1}{2}, j-\frac{1}{2})}{\Delta y} \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} E_y^n(i, j+\frac{1}{2}) &= C_2 E_y^{n-1}(i, j+\frac{1}{2}) \\ &- C_3 \frac{H_z^{n-\frac{1}{2}}(i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}) - H_z^{n-\frac{1}{2}}(i-\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2})}{\Delta x} \end{aligned} \quad (5)$$

ここで C_1, C_2, C_3 は式(6)で表される.

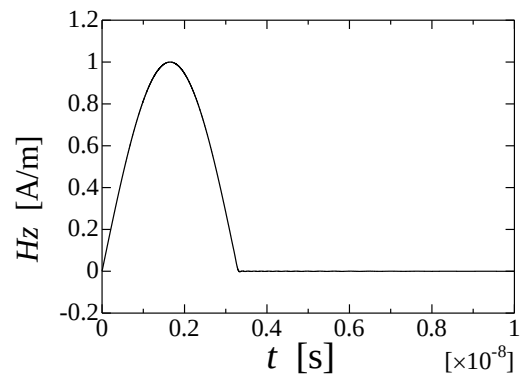


Figure 1. Half-sine pulse

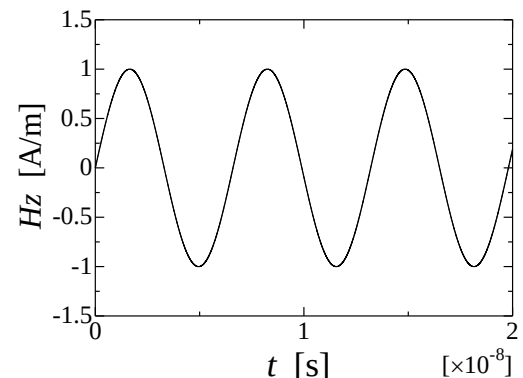


Figure 2. Sine pulse

$$C_1 = \frac{\Delta t}{\mu}, C_2 = \frac{1 - \frac{\sigma \Delta t}{2\varepsilon}}{1 + \frac{\sigma \Delta t}{2\varepsilon}}, C_3 = \frac{\frac{\Delta t}{\varepsilon}}{1 + \frac{\sigma \Delta t}{2\varepsilon}} \quad (6)$$

解析条件は、自由空間中に z 軸に様な半径 1 m の完全導体円柱を仮定する。入射パルスは Figure 1 に示す sin 半波パルスと Figure 2 に示す sin 全波パルスとし、円柱の表面から 1 m の点に観測点を取り時間応答波形を求める。

3. 解析結果

sin 半波パルス入射の時間応答波形を Figure3 に示す。参照解と比較すると図上で一致している。しかし Figure4 に示した相対誤差のグラフでは、波形の変化が激しい立ち上がり及び立下りで誤差が 5% 程度生じる。

sin 全波パルス入射の時間応答波形を Figure5 に示す。参照解と比較すると図上で一致している。Figure6 に示した相対誤差のグラフでは傾きの変化が急な点での誤差は 5% 程度生じる。

これらの原因として、FDTD は差分を用いて計算するため、波形が不連続になる点や、傾きの変化が急峻な点では誤差が大きくなる。

また今回、ガウシアンパルスで同様な解析を行った場合、波形の立ち上がりの点での相対誤差は 0.2% 程度に低減できることを確認した。

4. まとめ

本報告では金属円柱の電磁波後方散乱応答の解析を行った。FDTD 法での結果は変化の急峻な点では厳密解との誤差が大きくなることを確認した。

5. 謝辞

本研究の一部は、私立大学戦略的研究基盤形成支援事業の援助を受けて行われた。

参考文献

- [1] 長澤和也, 大貫進一郎, :”微小金属円柱列における局在表面プラズモンの電磁界解析—励起光の偏光方向と波長応答—”, 日本大学 2015 学術講演会, L-32, 2015
- [2] S.Ohnuki, S.Watanabe, and K.Nagasawa, :”Time-domain Analysis of Electromagnetic Fields Using the Fast Inverse Laplace Transform”, PIERs 2016, 2A_12, Aug 2016
- [3] 宇野亨, : FDTD 法による電磁界およびアンテナ解析, コロナ社, 1998
- [4] 大西峻平, 大貫進一郎, :”超高密度光記録に向けた近接場光解析”, 電気学会 2016 第 7 回学生研究発表会, 3-2, 2016

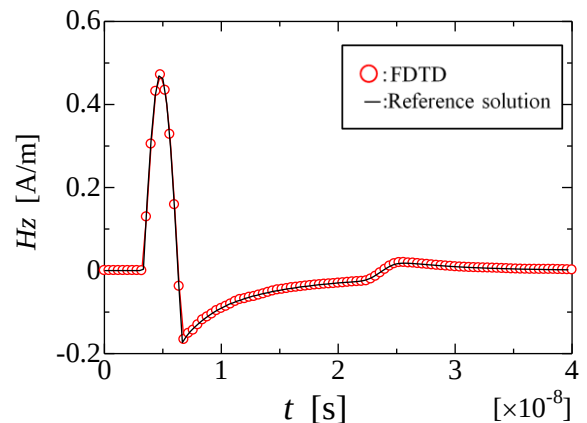


Figure 3. Time domain responses for the half-sine pulse incidence

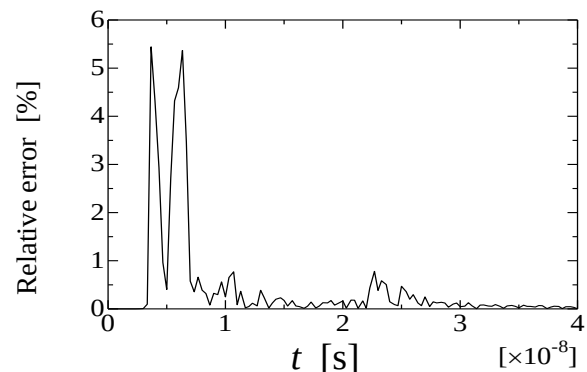


Figure 4. Relative error for the half-sine pulse incidence

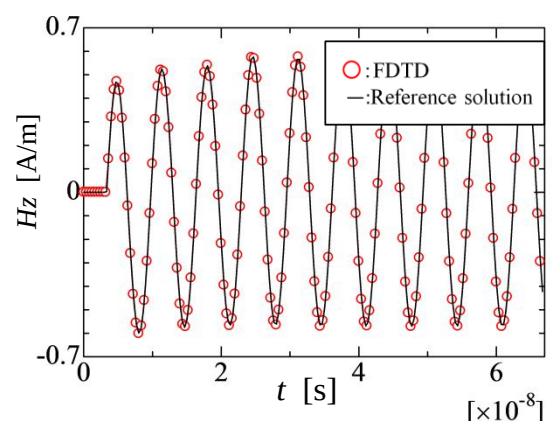


Figure 5. Time domain responses for the sine pulse incidence

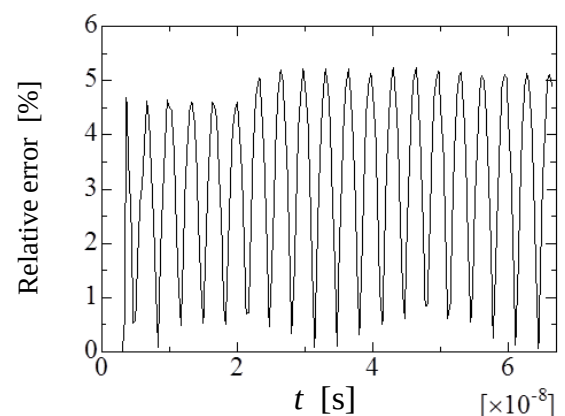


Figure 6. Relative error for the sine pulse incidence