O-15

インフレーション起源の重力波について

Gravitational Waves from Inflation

○高岡悠太[1]，岩本弘一[2]
*Yuta Takaoka[1], Koichi Iwamoto[2]

Abstract: We review the gravitational waves generated by inflation in the early Universe. Attention is paid to the higher-dimensional models motivated by string theories and the brane-world scenarios as well as four-dimensional standard inflation models. The feasibility of detecting the gravitational waves from inflation in the current and future experiments is also discussed .

１．はじめに

長年の重力波観測装置の開発が実り，2015 年 9 月 14 日，ついに米国の LIGO チームが，2 つのブラックホールの合体からの重力波の直接観測に成功し，2016 年 2 月 12 日に正式に発表した[1]. 宇宙での観測計画も含め, 重力波の観測は今後ますます発展していくと予想される. 重力波の発生源のうち, 非常に弱いため背景重力波となるものに, 白色矮星の合体, 宇宙初期の相転移, インフレーションなどを起源とする重力波がある.

インフレーション起源の重力波は振動数によらないエネルギースペクトルをもち，宇宙背景放射（CMB）のゆらぎと矛盾しないために，観測的に非常に小さい値に制限されている[2]. したがって, 現在の重力波観測装置では検出が難しいが, DECIGO や LISA などの宇宙重力波観測計画での検出が期待されている[3]. また, 重力波の伝播速度が変化する場合や, 超弦理論にもとづくプレビッグバン・シナリオでは, エネルギースペクトルが平坦ではなく（blue tensor spectrum），CMB からの制限を受けないため, 感度が向上した LIGO で検出される可能性も指摘されている[4].

２．標準インフレーションモデル

ロバートソン・ウォーカー（RW）計量のもとでのアインシュタイン方程式は

$$H^2 = \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho - \frac{K}{a^2} \qquad (1)$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3p) \qquad (2)$$

と表される（フリードマン方程式）.ここで ρ, p はエネルギー密度および圧力，Kは 3 次元空間の曲率である. 加速膨張するインフレーションは $\ddot{a} > 0$ のとき，すなわち，(2)式より$\rho + 3p < 0$ の場合におこる. ここでポテンシャル$V(\phi)$中を運動するスカラー場 ϕ を考えると，ρ と p はそれぞれ $\rho = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V(\phi)$，$p = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - V(\phi)$であり，条件は

$$\rho + 3p = 2\dot{\phi}^2 - 2V(\phi) < 0 \qquad (3)$$

となる. また(1)式，(2)式よりエネルギー保存式は

$$\dot{\rho} = -3H(p + \rho) \qquad (4)$$

となる. このスカラー場 ϕ はインフレーションを起こす場（インフラトン）であり，$V(\phi)$が真空のエネルギー（宇宙項）に対応する. また，インフレーションが十分長く続くために, ポテンシャルがゆっくりと変化する必要がある.

３．インフレーション起源の重力波

インフレーションでは大規模構造の元となる密度ゆらぎが生じ，背景重力波も発生する. ここで平坦なロバートソン計量に摂動項$h_{\mu\nu}$を加える.

$$g_{\mu\nu} = a(\eta)^2(\eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}) \qquad (5)$$

ただし，$a(\eta)$は共形時間 η $(a(t)d\eta = dt)$ で表したスケール因子であり，$h_{\mu\nu}$が重力波を表す. $h_{\mu\nu}$をフーリエ展開すると

$$h_{\mu\nu} = \sum_{A=+,\times} \frac{\sqrt{2}}{M_{pl}} \cdot \frac{1}{(2\pi)^2} \int d^3k\, \psi_k^{(A)} e^{ik\cdot x} e_{\mu\nu}^{(A)} \qquad (6)$$

となる. M_{pl}はプランク質量，$e_{\mu\nu}^{(A)}$は偏極テンソル，A は偏極の自由度を表す. モード関数ψ_kに関する式は，プライムを η 微分として

$$\psi_k'' + \left(k^2 - \frac{a''}{a}\right)\psi_k = 0 \qquad (7)$$

１：日大理工・院（前）・物理　２：日大理工・教員・物理

である．宇宙膨張をドジッターインフレーション（DS）期，輻射優勢（RD）期，物質優勢（MD）期の 3 期に分ける．背景重力波（重力子）の生成量を求めるために各期のモード関数を求め,場が時間発展するときの Bogoliubov 変換の係数を決める．時刻 η におけるスケール因子は

$$a(\eta) \propto \begin{cases} -1/\eta & (-\infty < \eta < \eta_1 < 0, \mathrm{DS}) \\ \eta & (\eta_1 < \eta < \eta_{eq}, \mathrm{RD}) \\ \eta^2 & (\eta_{eq} < \eta, \mathrm{MD}) \end{cases} \quad (8)$$

と与えられる．η_1は DS から RD への遷移時刻，η_{eq}は RD から MD への遷移時刻である．(7)式と(8)式より

DS, MD: $$\psi'' + \left(k^2 - \frac{2}{\eta^2}\right)\psi = 0 \quad (9)$$

RD: $$\psi'' + k^2\psi = 0 \quad (10)$$

が得られ，これらの解として各期のモード関数

DS, MD: $$\psi^-(t) = (1 - \frac{i}{k\eta})e^{-ik\eta} \quad (11)$$

RD: $$\psi^-(t) = e^{-ik\eta} \quad (12)$$

が得られる．

遷移時刻でのモード関数とその一階微分をなめらかに接続し，Bogoliubov 係数α_k, β_kを求めると

$$\alpha_k = 1 - \frac{i}{k\eta_1} - \frac{1}{2k^2\eta_1^2}\ ,\ \beta_k = \frac{1}{2k^2\eta_1^2}e^{-2ik\eta_1} \quad (13)$$

となる．これより粒子数N_kは

$$N_k = |\beta_k|^2 = \frac{1}{4k^4\eta_1^4} \quad (14)$$

である．背景重力波のエネルギー密度をρ_{GW}とし，密度パラメータΩ_{GW}を$\Omega_{GW}=\frac{1}{\rho_c}\frac{d\rho_{GW}}{d\log f}$ $(\rho_c = \frac{3H_0^2}{8\pi G})$と定義する．重力子のエネルギーは$hf$ であり，偏光の自由度は 2 であるから，エネルギー密度は

$$\frac{d\rho_{GW}}{d\log f} = 16\pi^2 N_f f^4 \quad (15)$$

$$h_0^2\Omega_{GW} \cong 10^{-13}(\frac{H}{10^{-4}M_{pl}})^2 \quad (16)$$

となる．h_0はハッブル定数H_0を 100 で割った値（H_0=h_0×100 km sec^{-1} Mpc^{-1}の式のh_0）である．4 次元標準インフレーションにおける背景重力波のスペクトルは振動数によらないことがわかる．

４. 高次元宇宙モデルのインフレーションと重力波

インフレーションは超弦理論やブレーンワールドシナリオにもとづく高次元宇宙モデルでも議論されている．ブレーン・インフレーションにおける重力波は, フリードマン方程式の変更による増強と KK モードによる減衰が打ち消しあい，4 次元標準インフレーションとあまり変わらないことが分かっている[5]．プレビッグバン・シナリオでは，ストリングフレームでの収縮期の効果で標準モデルと顕著な違いが生じ，LISA での観測可能性も指摘されている[6]．余剰次元方向にもインフレーションする高次元モデルにおいても, 高周波数側で増強が見られ，「大きな余剰次元モデル」への制限が与えられている[7]．今後，超重力理論で得られた解[8]などをもちいて, 余剰次元方向へもインフレーションするモデルを再検討し，KK モードの影響なども調べていきたい．

５．参考文献

[1] B.P.Abbott *et al.* (LIGO Scientific and Virgo Collaborations), Phys.Rev.Lett. 116, 061102 (2016)

[2]M.Maggiore, Phys.Rep. 331, 283 (2000)

[3] https://www.elisascience.org
http://tamago.mtk.nao.ac.jp/decigo/index.html

[4] Y.Cai,Y.Wang,Y.Piao, Phys.Rev.D 94, 043002 (2016)

[5]T.Kobayashi, T.Tanaka, Phys.Rev.D 73, 044005 (2006)

[6]M.Gasperini, G.Veneziano, Phys.Rep. 373 (2003)

[7]篠崎裕治, 修士論文(2014), 篠崎裕治, 岩本弘一, 日本天文学会 2014 年春季年会

[8]K.Maeda, N.Ohta, Phys.Lett.B 597,400 (2004)