

円筒形タンクのスロッシングの非線形解析

Nonlinear analysis of sloshing of cylindrical tank

○櫻井郁斗¹, 近藤典夫²Fumito Sakurai¹, Norio Kondo²

Abstract: In this paper, nonlinear analysis of sloshing of a cylindrical tank is carried out by the use of the Navier-Stokes equations. The height of the free surface is obtained from the computation of the equation of height function. On the other hand, the computation of sloshing has been performed by using the Laplace equation based on potential theory. Then, comparison between the present results and the potential solutions is carried out, and the validation of our methodology is fully shown from this study.

1. はじめに

船舶, 陸上プラントには石油, 液体ガスその他を蓄える大型液体貯槽が多く用いられる. 円筒タンクが地震のような外力を受けた場合に貯槽内の内部液体は揺れ, 液面でスロッシング(液面動揺)現象が起こる. スロッシング現象は, タンク内の液体の漏洩や破損にもつながる. 防災上の観点から見過ごすことのできない問題となっている. そのため原油タンクや原子力の冷却水プールの耐震設計などにおいてスロッシングに関する情報がとても重要になってくる.

曾我部らは円筒形タンクと球形タンクの容量と固有周期の関係の解析, 線形ポテンシャル理論でのスロッシングの波高計算を行っている.

また, 田中らは線形ポテンシャル理論での計算結果と自由液面のみを非線形ポテンシャル理論での計算結果の比較, スワーリングの解析を行っている.

本論文では, ナビエ・ストークス方程式を用いての円筒形タンクのスロッシングの非線形解析を行う. そのため, レイノルズ数を変えながらナビエ・ストークス方程式による数値解を求め, 比較のために線形ポテンシャル理論で減衰定数を変えて得られた結果を比較した.

2. 計算モデル

本論文で使用した円筒形タンクのモデルは Fig.1 に示すように, 剛体モデルとして扱いスロッシングの解析を行った. 円筒形タンクの直径は $D=1.0$ とし, タンク中の水深 H を田中らの計算モデルを参考に $H=0.60$ と $H=0.25$ の 2 ケースで計算した. Fig.1 に示した点 A は波高 h の計測点である.

3. 波高計算

本論文では流体の運動を解析するために以下のナビ

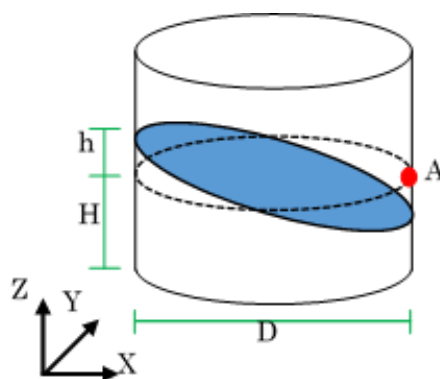


Figure.1 円筒形タンクのモデル

エ・ストークス方程式を採用した.

$$\frac{\partial u}{\partial t} + (u \cdot \nabla)u = -\nabla P + \frac{1}{Re} \nabla^2 u + X \quad (1)$$

また, 密度 ρ が一定である流体であるとし, 運動中に体積変化が無いという仮定から以下の連続方程式を使用する.

$$\nabla \cdot u = 0 \quad (2)$$

ここで, Re はレイノルズ数, u は無次元流速成分 u, v, w のベクトル, P は無次元圧力, X は無次元外力ベクトルを示している.

液面の無次元高さ h を決める式として以下の式を用いた.

$$\frac{\partial h}{\partial t} + u \frac{\partial h}{\partial x} + v \frac{\partial h}{\partial y} = w \quad (3)$$

次に, スロッシング波高の理論解算出のため以下に示す曾我部ら[2]の線形ポテンシャル理論の式を用いた.

$$\eta = \frac{R}{g} \left\{ \sum_{i=1}^{\infty} \frac{2}{\epsilon_i^2 - 1} \frac{J_i(\epsilon_i \frac{r}{R})}{J_i(\epsilon_i)} \alpha_i - \frac{r}{R} \alpha_g \right\} \cos \theta \quad (4)$$

ここで, R は円筒形タンクの半径, r はタンク中心から半径方向の距離, θ は X 軸からの角度, α_i は応答加速度, α_g は加振加速度, J_i は i 次の Bessel 関数である.

ε_i については Table1 に示す。また、角振動数 ω_i 求めるために以下の式を用いた。

$$\omega_i = \sqrt{\frac{g}{R} \varepsilon_i \tanh(\varepsilon_i \frac{H}{R})} \quad (5)$$

4. 計算パラメータと計算結果

本章では計算結果についてまとめる。

Table1 に理論解を求めるために用いた式中の ε_i を示す。水深を H, レイノルズ数を Re, 減衰係数を ζ , 角振動数を ω , 加振振幅を X, 加振加速度を $\alpha_g = -X \omega^2 \sin(\omega t)$ とし田中ら[1]の値を参考に Table2 に示すパラメータを使った。

液体の応答加速度 α_i は以下の式の解を二階微分した値を用いた。

$$\ddot{x} + 2\zeta\omega_i\dot{x}_i + \omega^2 x_i = \alpha_g \quad (6)$$

Table1. ε_i の値

i	ε_i	i	ε_i
1	1.814	6	18.015
2	5.331	7	21.165
3	8.536	8	24.311
4	11.706	9	27.457
5	14.863	10	30.602

Table2. 計算パラメータ

	ケース1	ケース2
H	0.25	0.60
Re	3000	
ζ	0.30%	0.10%
X	0.00154*9.8	
ω	2* π *0.875	

Figure.2,3 で橙色が波高を計算した理論解,青色が数値解を示している。図中の、横軸は無次元時間 t, 縦軸は無次元波高 h を表す。

数値解と理論解の振幅がほぼ一致しているが、周期は t=8 を超えたあたりから差が生じ始める。この原因として、数値解では非線形項まで計算しているのに対し、理論解は線形項までしか計算していないことが理由として考えられる。さらに、数値解は粘性を考慮しているのにもかかわらず理論解では非粘性ポテンシャル理論に基づいていることが理由であると考える。

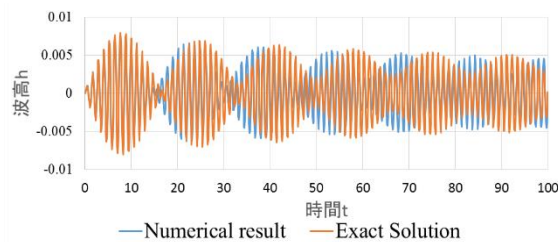


Figure.2 波高 h の比較, ケース 1

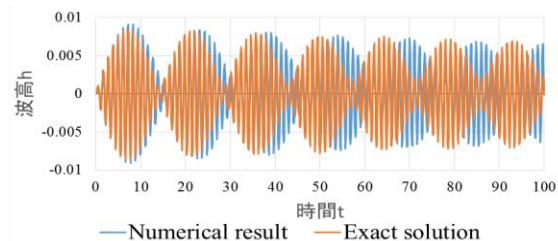


Figure.3 波高 h の比較, ケース 2

Figure.4,5 はケース 1,2 のデータから波高計算した結

果を三次元の映像化したものである。液面の動揺は微小なものであるため、見やすくするために実際の波高を 5 倍に拡大している。

また、どちらも t=18~21 までの波高の動揺についての図である。

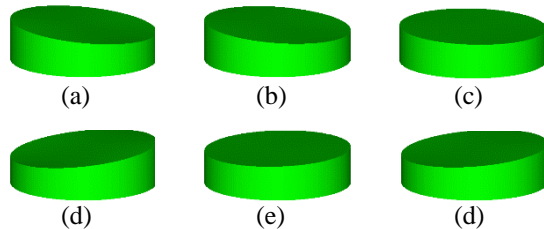


Figure.4 Re=3000, H=0.25 で波高計算した際の鳥瞰図

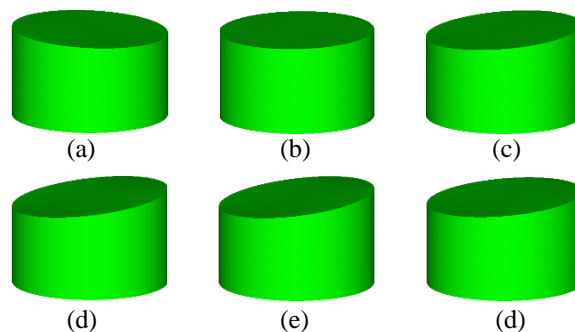


Figure.5 Re=3000, H=0.60 で波高計算した際の鳥瞰図

5. おわりに

理論解と数値解では、時間の経過とともに周期に差が生じてくるのが分かった。また、H=0.25 の時は理論解に対して数値解の周期が短くなるのに対し、H=0.60 の時は理論解が数値解より長周期になる。このような、水深 H の変化による数値解と理論解の周期の相異を詳細に検討するため、円筒タンク内の液体の水深 H を変化させた計算を実施する予定ある。

6. 参考文献

[1] 田中宏明, 中山司:三次元貯槽内の非線形スロッシングに対する境界要素解法, 日本機械学会論文集, 57 巻 538 号, pp.1934-1940, 1991 年 6 月
 [2] 曾我部潔, 重田達也, 柴田碧:液体貯槽の耐震設計に関する基礎的研究, 東京大学生産技術研究所報告, 第 26 巻 第 7 号, 昭和 52 年 3 月
 [3] 松井徹哉: 浮屋根との連成を考慮した大型液体貯槽の地震時スロッシング応答とその抑止策, 平成 17 年度~平成 19 年度 科学研究費補助金 基盤研究(B) 研究成果報告書, 平成 20 年 5 月