

超低推力推進による最適軌道保持 Optimization Control for Orbital Stationkeeping Using Very-Low-Thrust

○平川雅人¹, 内山賢治², 増田開²*Masato Hirakawa¹, Kenji Uchiyama², Kai Masuda²

A propellant-less propulsion system called EM (Electromagnetic) Drive was proposed to enable long duration operation of a satellite. However, EM Drive can generate very low thrust as it runs solely on electricity. The aim of this paper is to verify practicability of the drive as a propulsion system for orbital stationkeeping of a satellite. A small disturbance equation of a satellite is obtained to apply LQR method to minimize fuel consumption. Orbital perturbations such as J₂ term and air drag are simulated in the dynamics of a satellite in the numerical simulation.

1. 諸言

人工衛星の軌道変更または軌道保持には、通常、スラスタが利用されている。しかし、人工衛星の寿命はほぼスラスタの燃料で決まるため、長期のミッション遂行には適していない。これに対して、EM Drive (Electromagnetic Drive) と呼ばれる推進剤を必要とせず、電気のみで半永久的に推進力を得る装置が開発されている。しかし、得られる推力が非常に小さいため、既存の化学推進と比較すると適用範囲は狭いと考えられる。

そこで本研究では、EM Drive のような超低推力^[1]を発生する装置を用いて軌道を保持する数値シミュレーションを行い、超低推力による軌道保持の可能性について議論する。また、数値シミュレーションでは、空気抵抗や J₂ 項（地球形状扁平の影響）などの摂動を考慮する。

2. 軌道保持

2.1 運動モデル

ここでは、地球周回軌道の人工衛星について考える。

Figure 1 に示す ECF (Earth Centered Fixed) 座標系を用いる。入力以外は位置ベクトルの関数となり、このときの人工衛星の運動方程式は次式のように表すことができる。

$$m\ddot{\mathbf{r}} = \mathbf{G}(\mathbf{r}) + \mathbf{D}(\dot{\mathbf{r}}) + \mathbf{F}(\mathbf{r}) + \mathbf{T} \quad (1)$$

\mathbf{r} は衛星の位置ベクトル、 m は衛星の質量である。変数 \mathbf{G} , \mathbf{D} , \mathbf{F} は、それぞれ重力、大気抵抗、地球の扁平に伴う差分力を示す。 \mathbf{T} は EM Drive で発生する推力を表す。

(1)式を目標軌道まわりに、以下の様に線形化する

$$\mathbf{f}(\mathbf{r}_c + \mathbf{dr}) = \mathbf{f}(\mathbf{r}_c) + \mathbf{Vf}(\mathbf{r}_c)^T \mathbf{dr} \quad (2)$$

ここで、偏微分項において大気抵抗を位置で微分すると消えるため、高度 750[km] 以上でかつ有効断面積が 1[m²] とする。入力に対し大気抵抗は十分小さくなることから^[2]、新たな入力 \mathbf{u} を次式で定義する。

$$\mathbf{u} = \mathbf{D}(\dot{\mathbf{r}}) + \mathbf{T} \quad (3)$$

このとき、(1)の運動方程式は式(4)のように書き換えられる。

$$\mathbf{f}(\mathbf{r}) = \mathbf{G}(\mathbf{r}) + \mathbf{F}(\mathbf{r}) + \mathbf{u} = \mathbf{p}(\mathbf{r}) + \mathbf{u} \quad (4)$$

と書き換えられ、(2)、(4)より擾乱方程式を

$$\mathbf{d}(\mathbf{dr}) := \mathbf{Vp}(\mathbf{r}_c)^T \mathbf{dr} + \mathbf{u} \quad (5)$$

と定義する。これにより、状態方程式は以下のように定義される。

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ \dot{\dot{x}} \\ \dot{\dot{y}} \\ \dot{\dot{z}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{\partial \mathbf{p}(\mathbf{r}_c)}{\partial x_c} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial \mathbf{p}(\mathbf{r}_c)}{\partial y_c} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial \mathbf{p}(\mathbf{r}_c)}{\partial z_c} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{bmatrix} \quad (6)$$

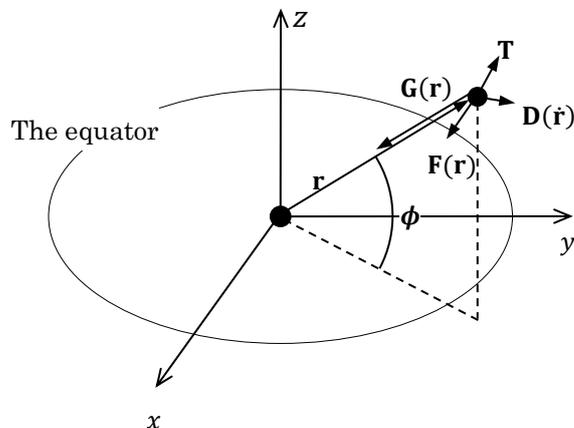


Figure 1. Earth centered inertial coordinate frame.

2.2 摂動

(i)大気抵抗による摂動

数値シミュレーションで用いる大気抵抗のモデルを以下に示す.

$$\mathbf{D}(\dot{\mathbf{r}}) = -\frac{1}{2}\rho C_d A |\dot{\mathbf{r}}| \dot{\mathbf{r}} \quad (7)$$

ρ は人工衛星の位置における大気密度, C_d は衛星の大気抵抗係数, A は人工衛星の有効断面積である.

(ii)地球の扁平による摂動

地球の扁平の影響はいくつかあるが, ここでは, 最も影響の大きい J_2 項のみを考慮する. 地球の扁平による差分力 $\mathbf{F}(\mathbf{r})$ は鉛直, 緯度経度方向の分力として以下の式で表せる^[3],

$$F_H(r) = -m \left[3\mu J_2 \left(\frac{\alpha_E}{r^2} \right)^2 \sin \phi \cos \phi \right] \quad (8)$$

$$F_V(r) = -m \left[\frac{3}{2} \mu J_2 \left(\frac{\alpha_E}{r^2} \right)^2 (1 - 3 \sin^2 \phi) \right] \quad (9)$$

μ は地心重力定数, α_E は地球半径である. J_2 は力学的形状係数である.

2.3 最適制御

(1)式の非線形モデルに対して, フィードバック制御を行い軌道を保持する. ここで, フィードバックゲインの値については(6)式の線形モデルに対して, 最適レギュレータを設計し決定する.

3. 数値シミュレーション

EM Driveのような超低推力推進の運用可能性を検証するため, 外乱を考慮した数値シミュレーションを行う. なお, 推力上限は130[μ N]とする^[1]. 外乱の大きさが推力上限の90%以下となる高度を運用可能な最低高度と仮定し目標軌道を決定した. 質量を1[kg], 有効断面積を1[m²]としたときの衛星について, 運用可能最低高度は1.470 × 10⁴[km]である. この高度でかつ軌道傾斜角30[deg]の円軌道为目标軌道とする.

Figure 2, 3 に目標軌道に対する位置差分 \mathbf{dr} と入力 \mathbf{T} の時間応答を示す. Figure 2 に示されるように, 衛星の位置は目標軌道に誤差 $\pm 6.68 \times 10^{-5}$ [m] で追従していた. Figure 3 に示される入力を見ると, 推力の最大値は設定した上限値よりも低くなっていることから, EMDrive のような超低推力推進であっても, 軌道保持が十分可能であることが示された.

また, 推力変動の周期が衛星の公転周期と一致するため, 推力の大きさは地球の扁平による影響が大きいことがわかる.

4. 結言

質量1[kg], 有効断面積1[m²]の人工衛星について, 高度1.470 × 10⁴[km], 軌道傾斜角30[deg]の円軌道为目标軌道とする数値シミュレーションを行い, 超低推力推進を用いた軌道保持制御が可能であることを示した. また, 超低推力推進系の運用可能高度は地球の扁平による影響が大きいことを確認した.

参考文献

[1] Harold White, Paul March, James Lawrence, Jerry Vera, Andre Sylvester, David Brady, and Paul Bailey : “Measurement of Impulsive Thrust from a Closed Radio-Frequency Cavity in Vacuum”, Journal of Propulsion and Power, Vol 33. No.4, pp. 830-841, 2017
 [2] D.A.Vallado, ”Fundamentals of Astrodynamics and Applications”, Springer-Verlag New York, pp.538, 2007
 [3] 川瀬 成一郎: 「人工衛星の軌道概論」, コロナ社, pp.73-82, 2015

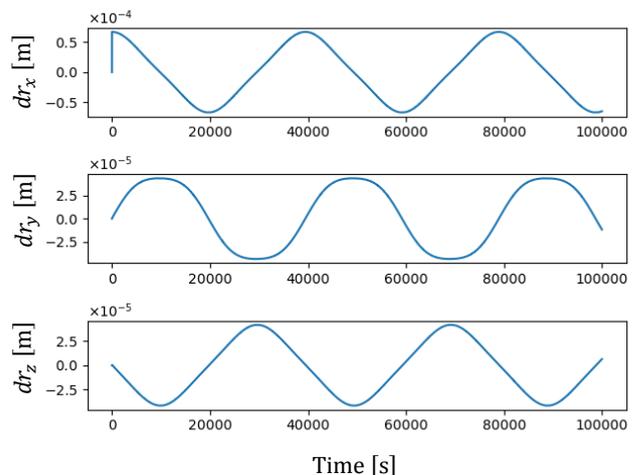


Figure 2. Time responses of difference position

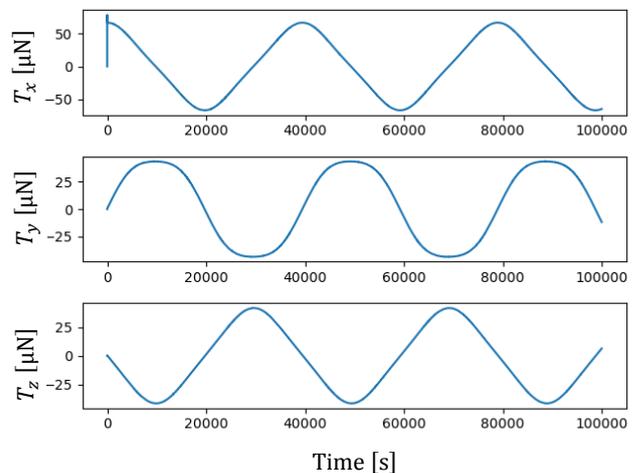


Figure 3. Time response of control inputs