

パルス入射に対する電磁波散乱応答の参照解 Reference Solutions of EM Scattering for Pulse Wave Incidence

○増田 宗一郎¹, 大西 峻平², 大貫 進一郎³

*Soichiro Masuda¹, Ryohei Ohnishi², Shinichiro Ohnuki³

Abstract: Reference solutions of EM scattering for pulse wave incidence are derived. In our method, Mie series solution is obtained in complex frequency domain and transformed into time domain by applying Fast Inverse Laplace Transform.

1. はじめに

現在、マイクロ波、テラヘルツ、光デバイスなどの設計・開発において、時間領域の電磁界解析が広く用いられる^[1]。しかし、これらの参照解は限られており、信頼性の検証は未だに困難である。

本報告では、二次元誘電体円柱に電磁パルスが入射した場合の時間応答波形を算出し、現在主流の時間領域有限差分(FDTD: Finite Difference Time Domain)法と比較し参照解としての検証を行う。

2. 解析手法

解析モデルを図 1 に示す。自由空間におかれた z 軸方向に一樣な二次元誘電体円柱に、磁界が z 方向成分のみを持つ H 波を入射する。散乱電界 $E_\phi^{(s)}$, $E_r^{(s)}$ は、複素周波数領域において次式により与えられる。

$$E_\phi^{(s)}(s) = \left(\frac{H_0(s)}{s\epsilon_0 Z_0} \right) \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n K'_n(s_0 r) e^{jn(\theta-\varphi)} \quad (1)$$

$$E_r^{(s)}(s) = \left(\frac{-jH_0(s)}{s\epsilon_0 r Z_0} \right) \sum_{n=-\infty}^{\infty} n A_n K_n(s_0 r) e^{jn(\theta-\varphi)} \quad (2)$$

但し、 H_0 : 入射波, A_n : 散乱係数, $K_n(\cdot)$: 第二種変形ベッセル関数, $K'_n(\cdot)$: 第二種変形ベッセル関数の微分形, r : 観測距離, θ : 観測角, φ : 入射角, ϵ_0 : 自由空間中の誘電率, μ_0 : 自由空間中の透磁率, Z_0 : 自由空間中の波動インピーダンスである。

また、完全導体及び、誘電体の散乱係数 A_n は次式により表すことができる。

$$A_n = \frac{I'_n(s_0 a)}{K'_n(s_0 a)} \quad \text{: 完全導体の場合} \quad (3)$$

$$A_n = \frac{\sqrt{\epsilon_r} I'_n(S_1 a) I_n(S_0 a) - \epsilon_r I'_n(S_0 a) I_n(S_1 a)}{\sqrt{\epsilon_r} I'_n(S_1 a) K_n(S_0 a) - \epsilon_r K'_n(S_0 a) I_n(S_1 a)} \quad (4)$$

: 誘電体の場合

但し、 $I_n(\cdot)$: 第一種変形ベッセル関数, $I'_n(\cdot)$: 第一種

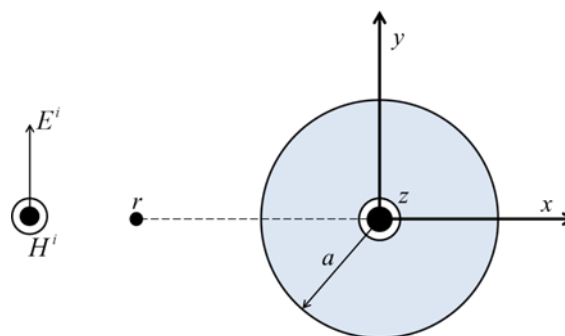


図 1 誘電体円柱の解析モデル

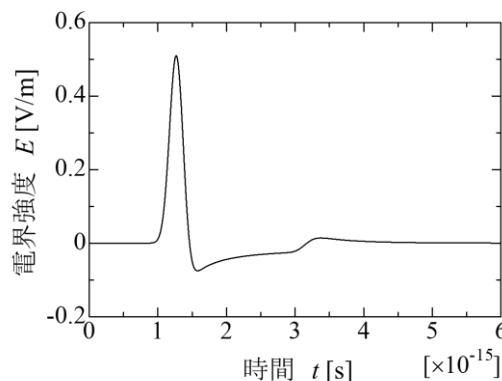


図 2 完全導体円柱の後方散乱電界

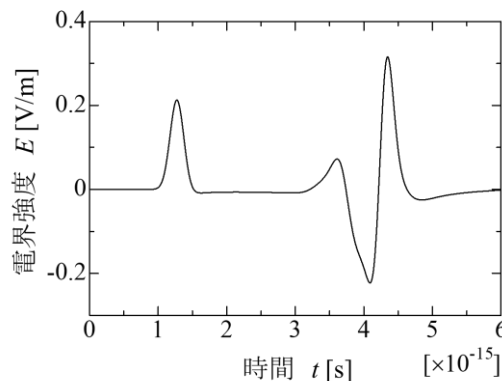


図 3 誘電体円柱の後方散乱電界

1: 日大理工・学部・電気 2: 日大理工・院(前)・電気 3: 日大理工・教員・電気

変形ベッセル関数の微分形, a : 円柱の半径, ϵ_r : 円柱の比誘電率, μ_r : 円柱の比透磁率である.

上記により求まる複素周波数領域の厳密解に, (5)式の高速逆ラプラス変換 (FILT: Fast Inverse Laplace Transform) 法を適用し, 時間応答波形 $f(t)$ を求める^[2].

$$f(t) = \frac{e^\alpha}{t} \left(\sum_{n=1}^k F_n + 2^{-(p+1)} \sum_{q=1}^p A_{pq} F_{n+q} \right) \quad (5)$$

$$F_n = (-1)^n \operatorname{Im} \left[F \left\{ \frac{\alpha + j(n-0.5)\pi}{t} \right\} \right] \quad (6)$$

$$A_{pp} = 1, A_{pq-1} = A_{pq} + \frac{(p+1)!}{q!(p+1-q)!} \quad (7)$$

但し, α : FILT 法の誤差パラメータ, k : FILT 法の打ち切り項数, p : Euler 変換の項数である. 本報告では, $\alpha=7$ とする.

3. 解析結果

半径 $a = 100 \text{ nm}$ の完全導体円柱にガウシアンパルスを入射し, 観測距離 $r = 200 \text{ nm}$ としたときの後方散乱電界の時間応答波形を図 2 に示す. 波頭部分は円柱表面からの鏡面反射, $t = 3.38 \text{ fs}$ にて円柱表面を伝搬するクレーピング波が観測できる. また, 本手法と FDTD 法の結果が図上で完全に一致することを確認した^[3-5].

図 3 に, 半径 $a = 100 \text{ nm}$ の比誘電率 $\epsilon_r = 5$ とした誘電体円柱にガウシアンパルスを入射し, 観測距離 $r = 200 \text{ nm}$ としたときの後方散乱電界の時間応答波形を示す. 鏡面反射, クレーピング波の応答波形に加え, $t = 4.35 \text{ fs}$ に円柱内部からの反射波が観測できる. こちらも同様に本手法と FDTD 法の結果は完全に一致することを確認した^[3-5].

誘電体円柱の場合の FILT 法の精度を検証するため $t = 4.35 \text{ fs}$ における, 打ち切り項数 k に対する後方散乱電界の収束を図 4 に示す. これより打ち切り項数 $k > 70$ とすることで外挿値から求めた真値と 7 桁一致することが確認でき, 倍精度の計算においては, 7 桁以上の精度が保証される. また, 図 5 は, $t = 1.26 \text{ fs}$ における電界分布を示したものである. \times 印で示す観測点において散乱電界の最大値が得られること, 円筒状に散乱電界が分布していることが分かる.

4. まとめ

本報告では, 二次元誘電体円柱の時間領域の参照解を算出し, FDTD 法と比較することで参照解として適用できることを明らかにした. また, 本手法の時間応答波形は 7 桁程度の計算精度があることを確認した.

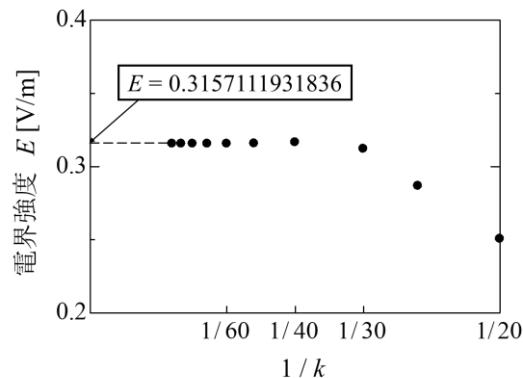


図 4 打ち切り項数 k に対する散乱電界の収束

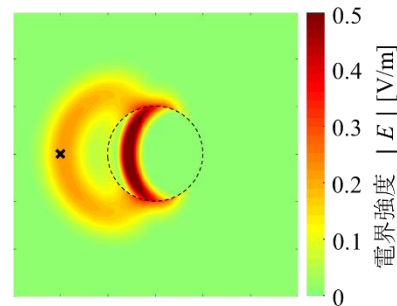


図 5 時間 $t = 1.26 \text{ fs}$ における電界分布

5. 謝辞

本研究の一部は, 私立大学戦略的研究基盤形成支援事業の援助を受けて行われた.

6. 参考文献

- [1] A. Taflove, S. C. Hagness: "Computational Electrodynamics - The Finite-Difference Time-Domain method -", Artech House, Norwood, Massachusetts, U.S.A, 1996.
- [2] T. Hosono: "Numerical Inversion of Laplace Transform and Some Applications to Wave Optics", *Radio Science*, vol. 16, no. 6, pp. 1015 - 1019, 1981.
- [3] 大貫進一郎, 増田宗一郎, 大西峻平, 渡部慎太郎: "電磁界-周波数解析における参照解~誘電体円柱の場合~", 信学技報, EST 研究会, 2017-10.
- [4] 増田宗一郎, 大西峻平, 吳迪, 大貫進一郎: "数値逆ラプラス変換法におけるデータ処理と電界表示", EST 研究会, 若手・学生エレクトロニクスソフトウェアコンテスト, 2017-9.
- [5] 増田宗一郎, 大貫進一郎: "プラズモニクデバイスの設計に向けた近接場光の高精度時間応答解析", 電気学会, 2017 第 8 回学生研究発表会, 4-12.