

高頻度取引データの効率的フロンティア

The effective frontier of high frequency trading

□根本翔太, 山中雅則

\*Shota Nemoto, Masanori Yamanaka

Abstract: We study the effective frontier which is a method of decentralized investment. In order to get the frontier, we used 200 kinds of stock tick-data in high frequency trading and calculated the average and the variance of each stock prices and the variance-covariance matrices for several time intervals.

1. 背景

近年金融市場における高頻度取引の割合が高まっている。高頻度取引とはミリ秒単位のような短い時間でアルゴリズムを駆使した機械が行う取引である。昨今の東京証券取引所では高頻度取引が全体の6割を占めている[1]。そのため資産運用の手法を高頻度取引に合わせる事が重要である。今回は効率的フロンティアについて解析をした。日足を用いた効率的フロンティアの分析は報告されているが、高頻度取引における分析は報告がない[2]。そのため本研究のテーマとした。

2. 効率的フロンティア

一般的に資産運用をする際、様々な金融商品に資産を分散させる分散投資が良いとされている。その手法の1つに効率的フロンティアがある。ポートフォリオ(金融商品の集合体)の収益率をリターン、価格のばらつき具合をリスクとすると、効率的フロンティアとはポートフォリオのリターン最大化とリスク最小化を同時に満たす各々の金融商品の配分を視覚化したものである[3]。Figure1は3つの金融商品による効率的フロンティアである。横軸がリスク、縦軸がリターンを表す。

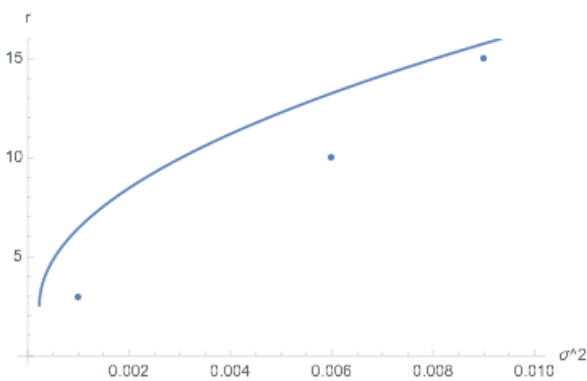


Figure1. Three securities and the effective frontier  
Three plots are the securities. The curve is the frontier

投資家がリターンまたはリスクを選択することでもう一方が決まる。3つの金融商品の組み合わせが曲線上に存在する理由は、投資家がより大きいリターンとより小さいリスクを愛好すると考えるからである。

3. 研究内容

東証データクラウドから株価データを購入した。200種類の銘柄のティックデータを用いて計算した。銘柄*i*, 時間*t*, 価格*X*とする。

$$X_{it}(i = 1, 2, \dots, 200, t = 1, 2, \dots, T) \quad (1)$$

1番初めの価格を1として規格化した価格を*x*とする。

$$x_{it} = \left( \frac{X_{i1}}{X_{i1}} = 1, \frac{X_{i2}}{X_{i1}}, \dots, \frac{X_{iT}}{X_{i1}} \right) \quad (2)$$

*x*の平均株価を*m*, 200銘柄の*m*は*M*で表す。

$$M = \left( \frac{\sum_1^T x_{1t}}{T}, \frac{\sum_1^T x_{2t}}{T}, \dots, \frac{\sum_1^T x_{200t}}{T} \right) = (m_1, m_2, \dots, m_{200}) \quad (3)$$

分散共分散行列を*Σ*とする。Covは共分散を表す。

$$\Sigma = \begin{pmatrix} Cov[m_1, m_1] & Cov[m_1, m_2] & \dots & Cov[m_1, m_{200}] \\ Cov[m_2, m_1] & Cov[m_2, m_2] & \dots & Cov[m_2, m_{200}] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Cov[m_{200}, m_1] & Cov[m_{200}, m_2] & \dots & Cov[m_{200}, m_{200}] \end{pmatrix} \quad (4)$$

最後に平均株価と分散共分散行列を用いて効率的フロンティアを求めた[4]。

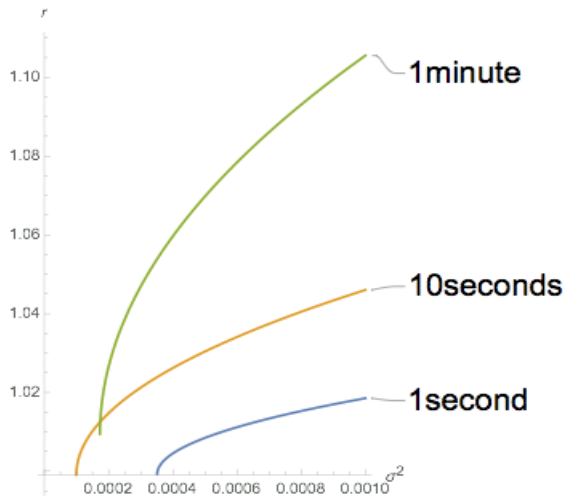
$$\left( \sigma^2 - \frac{1}{1^T \Sigma^{-1} 1} \right) \left( M^T \Sigma^{-1} M - \frac{(1^T \Sigma^{-1} M)^2}{1^T \Sigma^{-1} 1} \right) = \left( r - \frac{1^T \Sigma^{-1} M}{1^T \Sigma^{-1} 1} \right)^2 \quad (5)$$

これらの計算をデータサンプリング間隔(1秒, 10秒, 1分, 10分, 日足)を変え、5つのパターンに対して行い、効率的フロンティアの形状を調べた。

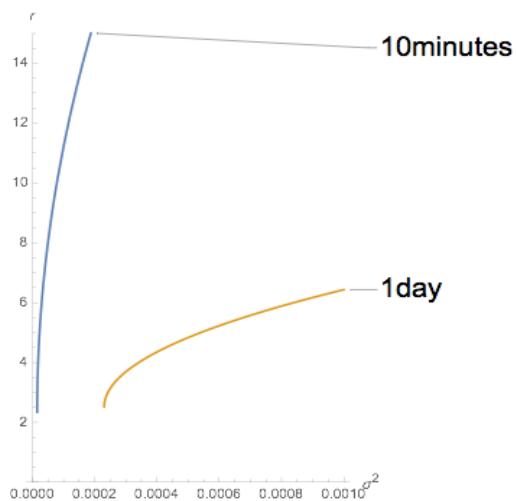
4. 結果

Figure2は1秒足(a), 10秒足(a), 1分足(a), 10分足(b), 日足(b)の効率的フロンティアである。データサンプリング間隔が広がるごとに分散投資の効果が大きくなる事が分かった。分散投資の効果が大きくなるとは、より良いリターンを望んだ時に増えるリスクが小さいことを表す。したがって傾きが急なグラフほど分散投資の効果が大きい。しかし1番サンプリング間隔が大きい日足よ

りも 10 分の方が分散効果が大きい結果となった。これはサンプリング期間の違いによるものであると考えた。



(a). Frontier(1second, 10seconds, 1minute)



(b). Frontier(10minutes, 1day)

Figure2. Five effective frontiers

データサンプリング間隔が変わることでフロンティアの形状が大きく変化した。機械取引の場合、データサンプリング間隔によって効率的フロンティアを使い分けることが重要である。

## 5. 参考文献

- [1]JPX\_working\_paper\_No.4.pdf
- [2]Konno, Hiroshi, and Hiroaki Yamazaki. "Mean-absolute deviation portfolio optimization model and its applications to Tokyo stock market." *Management science* 37.5 (1991): 519-531.
- [3]Markowitz, Harry. "Portfolio selection." *The journal of finance* 7.1 (1952): 77-91.
- [4]Pantaleo, Ester, et al. "When do improved covariance matrix estimators enhance portfolio optimization? An empirical comparative study of nine estimators." *Quantitative Finance* 11.7 (2011): 1067-1080.