

A-7

数学者を対象とした数学認知研究の系譜と展望

Tracing back the genealogy and some prospects of the studies in mathematical cognition in expert mathematicians

○山本紗有¹*Sayu Yamamoto¹

Abstract: It is a long-standing issue of how humans create mathematics in their brain, which is indeed considered to be abstract and generally involve deep intellectual thinking. Many studies in cognitive neuroscience have attempted so far to reach the solution to this scientific question. Here, I review the four relevant studies, 1) the faculties of mathematical thinking within the brain, 2) the role of visual experiences, 3) experience-dependent structural plasticity, and 4) mathematical beauty by means of scanning the fMRI of expert mathematicians. The objective of this study is to figure out how mathematical cognition research should be conducted further.

1. はじめに

数学は、人間の脳においてどのような思考過程を経て産み出されるのか、また、どのように人間が数学を捉えているのか — 近年、脳機能画像法を用いた認知科学研究は、単純な計算能力を超えた複雑な思考活動である数学的思考 (mathematical thinking) の背後にある神経システムの解明に大きな成果をもたらすと期待されている。

本稿では、近年行われた数学者を対象とした磁気共鳴機能画像法 (fMRI) を用いた 4 つの研究成果^{[3-4][6-7]}について考察し、今後の展望を図る。

2. 数学者を対象とした fMRI を用いた 4 つの研究

2-1. 数学的思考に関わる脳機能

抽象的な数学的事実を人間がどのように理解しているのか、複雑な数学的思考を支える脳の神経システムは何であるのかという問題は、これまで様々な議論がされてきた。その中で、数学的思考に関わる脳機能は、言語能力の流れを汲むとする説^[1]と空間や時間、数字に対する感覚 (数覚) に基いて構築された能力とする説^[2]の 2 つが存在する。近年の認知科学研究では、後者がより有力と考えられている^[3]。

Amalric & Dehaene (2016)^[3]は、数学者と非数学者を対象に実験を行い、複雑な数学的思考の背景にある神経基盤を特定しようとした。そのために、被験者が数学 (algebra, analysis, topology, geometry) に関する文章と数学に関係の無い自然や歴史に関する文章を聞いた後に真偽評価をしている間の fMRI データを計測し、比較した。その結果、数学者のみ、どの数学分野の文章に対しても、数字や計算処理に関わる左右両半球の頭頂間溝 (intraparietal sulci), 背外側前頭前野皮質

(dorsolateral prefrontal cortex), またその機能から VNFA (visual number form areas) と呼ばれる左右両半球の下側頭領域 (inferior temporal regions) にて活動の増大が確認された。さらに言語エリアに関しては、文章を聞いている間のみでしか活動が見られなかった。以上のことから、複雑な数学的思考は「数覚」をルーツとした非言語的な神経基盤に基づくことが明らかになった。

2-2. 数学的思考における視覚の役割

多くの数学者の内観報告から、数学的表現は視空間的思考 (visuospatial thinking) や視覚経験に基づいている可能性が指摘されてきた。しかしながら、Amalric et al. (2018)^[4]は、視覚経験の有無が数学的思考を発達させる上で重要な役割を担っていないことを明らかにした。[4]において、3 人の視覚障害を持った数学者を対象に Amalric & Dehaene (2016)^[3]と同様の実験を行った結果、視覚障害の有無で真偽評価の正解率に大きな差異はなく、かつ、主な脳の活動領域にも違いが見られなかったと報告されている。しかしながら、視覚障害のある数学者のみ視覚形成の中心的役割を担う左半球の後頭皮質 (occipital cortex) にて有意な活動が確認されたことも報告された。このことから、視覚経験が欠如していても、心的イメージを頼りに高度な数学的思考を発達させることが可能であると結論づけられている。

2-3. 数学者の脳の特徴

音楽家など、長い期間専門的な訓練を受けた人において、必要となる脳領域の灰白質 (gray matter) 密度に経験依存的可塑性 (experience-dependent structural

1 : 日大理工・学部・数学

plasticity)が確認された^[5]。このことから、同様の結果が数学者に対しても得られることを期待して行われた研究 Aydin et al.(2007)^[6]では、26 人の数学者と 23 人の医療や心理学を専攻する被験者との脳画像を比較し、3次元物体を捉えたり、また、心的イメージを構成するのにも関わる左右両半球の下頭頂小葉 (inferior parietal lobule)と計算処理機能を持つ左半球の下前頭回 (inferior frontal gyrus)において灰白質密度の増大が確認された。また、数学者として過ごしてきた期間の長さと同半球の下頭頂葉 (right inferior parietal lobule)の灰白質濃度に強い関連性があることが指摘されている。

2-4. 数学美の認知

数学に対する代表的な認知活動の 1 つに数学美の認知がある^[7]。多くの数学者が数学の美しさに魅了され研究活動を行なっているが、絵画や音楽、モラルなどから得られる美と数学美との間に違いはあるのだろうか？ Zeki et al. (2014)^[7]は、事前に美的評価した 60 個の数式を beautiful (美しい), neutral (普通), ugly (美しくない) の 3 段階で評価をしている間の神経活動を計測した。その結果、neutralやuglyと評価した数式に比べ、beautifulと評価した数式を見ている時に限り、報酬価値を判断するとされる内側眼窩前頭皮質 (medial orbito-frontal cortex)にて BOLD signal の顕著な変化が引き起こされた。これは数学以外の対象への美的評価でも活動が確認された領域であることから、脳にとって数学美も他の対象から得られる美も同じ報酬物として捉えられている可能性があることが示唆された。

3. 結論と今後の展望

本稿では人間の脳にとって数学がどのように捉えられているかに迫る 4 つの fMRI 研究を概観した。数学的思考に関わる脳機能の特定から、さらには数学美の認知まで、数学にかかわる認知科学研究には様々な視点があることがわかる。最後にこれらの研究のさらなる発展方法として考えられることを以下に述べる。

Amalric & Dehaene (2016)^[3]と Aydin et al. (2007)^[6]は、数学者全般を対象に解析を行なったが、数学者の専門性に着目し、研究領域ごと (代数学、解析学、幾何学、統計学等) に解析・比較をすることで、各数学分野が及ぼす経験依存的可塑性、また、それぞれの分野において主軸となる脳機能システムの特定が期待出来ると考えられる。

Amalric et al. (2018)^[4]は、3 人の視覚障害のある被験者を対象に実験を行ったが、脳活動に個人差が大き

く、視力を失った時期の違いが結果に大きく影響を及ぼしていることが確認された。よって、今後より多くの被験者により、この研究の結論を裏付ける実証データを蓄積していく必要があると考えられる。また、視覚経験の有無が数学の真偽判定に大きな影響を及ぼさないと結論づけられているが、位相幾何や集合論などにおいては、図を用いることでよりスムーズに真偽判定できる場合がある。そのため、視覚は真偽判定の結果には影響しなくとも数学的思考をする際に大いに役に立つ機能であると予想される。この裏付けとして、同じ内容の数学的事実を文字を通して示した時と図を通した時とで、真偽判定している時の神経活動の反応速度に違いがあるかどうか検証する実験が考えられる。このような、より瞬間的かつ、感覚で行っている真偽判定や美的評価に関わる神経基盤を特定するには、fMRI よりも時間解像度に長けた EEG (Electroencephalogram)や MEG (Magnetoencephalogram)を用いたほうが適切であると考えられるので、今後これらの手法を用いた研究を行う予定である。

4. 参考文献

- [1] Chomsky, N. (2006). *Language and Mind*. Cambridge Univ Press.
- [2] Dehaene, S. (2011). *The Number Sense*. 2nd Ed, Oxford Univ Press.
- [3] Amalric, M., and Dehaene, S. (2016). Origins of the brain networks for advanced mathematics in expert mathematicians. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 113(18), 4909-4917.
- [4] Amalric, M., Degenhien, I., and Dehaene, S. (2018). On the role of visual experience in mathematical development: Evidence from blind mathematicians. *Developmental Cognitive Neuroscience*, 30, 314-323.
- [5] Gaser, C., and Schlaug, G. (2003). Brain structures differ between musicians and non-musicians. *Journal of Neuroscience*, 23(27), 9240-9245.
- [6] Aydin, K., Ucar, A., Oguz, K. K., Okur, O. O., Agayev, A., Unal, Z., Yilmaz, S., and Ozturk, C. (2007). Increased Gray Matter Density in the Parietal Cortex of Mathematicians: A Voxel-Based Morphometry Study. *American Journal of Neuroradiology*, 28(10), 1859-1864.
- [7] Zeki, S., Romaya, J. P., Benincasa, D. M. T., and Atiyah, M. F. (2014). The experience of mathematical beauty and its neural correlates. *Frontiers in Human Neuroscience*, 8(68).