B-58

D.M.によるねじれ応答制御に関する研究
その 1　D.M.を含めた固有値問題の方程式
Research of twist response control by D.M.
Part 1　The equation of the eigenvalue problem by D.M.

○周翔宇[2]，古橋剛[1]，西村漢[3]
○Xiangyu　Zhou[2],Takeshi Furuhashi[1],Kan Nishimura[3]

Some research papers concluding, twist vibration is occurred by eccentricity of rigidity. The research of the past showed the general from of the eigen vector by eigenvalue calculating in eccentric building. Therefore, this research consider the condition to control as a translational mode only by equation of motion with using D.M.

1-1. はじめに

剛心と重心が一致していない構造物は，地震動入力時に偏心によるねじれ振動が生じ，ねじれを考慮しない場合に比べて変位が増大する可能性がある．

既往の研究[4)]では，偏心建物の固有値計算により得られる固有ベクトルに着目し，固有ベクトルの一般形を示した．しかし，D.M.がある場合の運動方程式について，検討はされていない．本報では，D. M．を用いた運動方程式より，ねじれのモードを無くし，並進のモードのみで建物にモード制御する条件を検討する．

1-2. 研究方法

今まででは, 1 層 3 自由度の運動方程式は以下の 2 つの式がある．

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{m} & & \\ & \boldsymbol{m} & \\ & & \boldsymbol{I} \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\theta} \end{Bmatrix}+\begin{bmatrix} \boldsymbol{k_x} & & \boldsymbol{k_x e_y} \\ & \boldsymbol{k_y} & -\boldsymbol{k_y e_x} \\ \boldsymbol{k_x e_y} & -\boldsymbol{k_y e_x} & \boldsymbol{k_\theta} \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} x \\ y \\ \theta \end{Bmatrix}=-\begin{bmatrix} \boldsymbol{m} & & \\ & \boldsymbol{m} & \\ & & \boldsymbol{I} \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \ddot{x}_0 \\ \ddot{y}_0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (1\text{-}2\text{-}1)$$

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{m} & & \\ & \boldsymbol{m} & \\ & & \boldsymbol{I} \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\theta} \end{Bmatrix}+\begin{bmatrix} \boldsymbol{k_x} & & \boldsymbol{k_x e_y} \\ & \boldsymbol{k_y} & -\boldsymbol{k_y e_x} \\ \boldsymbol{k_x e_y} & -\boldsymbol{k_y e_x} & \boldsymbol{k_\theta}+\boldsymbol{k_x e_y^2}+\boldsymbol{k_y e_x^2} \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} x \\ y \\ \theta \end{Bmatrix}=-\begin{bmatrix} \boldsymbol{m} & & \\ & \boldsymbol{m} & \\ & & \boldsymbol{I} \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \ddot{x}_0 \\ \ddot{y}_0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (1\text{-}2\text{-}2)$$

この 2 つの式はそれぞれ k_θ の取り方が異なっている．式(1-2-1)にある k_θ は重心まわりのねじれ剛性であり，一方，式(1-2-2) にある k_θ は剛心まわりのねじれ剛性である．2 つの式の関係について，固有ベクトルの一般形を求め，比較する．

1-2-1. 式(1-2-1)と式(1-2-2)の一般形

式(1-2-1)を $i=\sqrt{\frac{I}{m}}$, $\bar{e}_x=e_x/i$ $\bar{e}_y=e_y/i$, $z=i\,\theta$ と置いて変形すると，固有値問題の方程式は式(1-2-1-1)となる．

$$\lambda^2\begin{Bmatrix} r_x \\ r_y \\ r_z \end{Bmatrix}=\begin{bmatrix} \omega_x^2 & 0 & \omega_x^2\bar{e}_y \\ 0 & \omega_y^2 & -\omega_y^2\bar{e}_x \\ \omega_x^2\bar{e}_y & -\omega_y^2\bar{e}_x & \omega_\theta^2 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} r_x \\ r_y \\ r_z \end{Bmatrix} \quad (1\text{-}2\text{-}1\text{-}1)$$

固有値問題の方程式を解き，固有ベクトルの一般形を以下のように示す[4)]．

モード 1 ： $\lambda^2=\omega_x^2+b\,\omega_x^2\bar{e}_y$　　$r_1^T=\{1\quad a\quad b\}$

モード 2 ： $\lambda^2=\omega_y^2-c\,\omega_y^2\bar{e}_x$　　$r_2^T=\{-(a+bc)\quad 1\quad c\}$

モード 3 ： $\lambda^2=\dfrac{ac-b}{a^2+abc+1}\omega_x^2\bar{e}_y+\dfrac{ab+b^2c+c}{a^2+abc+1}\omega_y^2\bar{e}_x+\omega_\theta^2$

$$r_3^T=\left\{\frac{ac-b}{a^2+abc+1}\quad -\frac{ab+b^2c+c}{a^2+abc+1}\quad 1\right\}$$

既往の研究と同様の解き方で，式(1-2-2)の一般形は以下のように示す．

モード 1 ： $\lambda^2=\omega_x^2+b\,\omega_x^2\bar{e}_y$　　$r_1^T=\{1\quad a\quad b\}$

モード 2 ： $\lambda^2=\omega_y^2-c\,\omega_y^2\bar{e}_x$　　$r_2^T=\{-(a+bc)\quad 1\quad c\}$

モード 3 ： $\lambda^2=\dfrac{ac-b}{a^2+abc+1}\omega_x^2\bar{e}_y+\dfrac{ab+b^2c+c}{a^2+abc+1}\omega_y^2\bar{e}_x+\omega_\theta^2+\omega_x^2\bar{e}_y^2+\omega_y^2\bar{e}_x^2$

$$r_3^T=\left\{\frac{ac-b}{a^2+abc+1}\quad -\frac{ab+b^2c+c}{a^2+abc+1}\quad 1\right\}$$

比較すると，モード 1 とモード 2 には，式(1-2-1)と式(1-2-2)で同じ結果が出ている，モード 3 のみ異なっている．これは，2 つの式にある k_θ のとり方が異なるためであり，式(1-2-1)の固有ベクトルの一般形に対する知見は式(1-2-2)にも当てはまることが分かった．

2-2. D.M.がある場合の固有値問題の方程式

次に，式(1-2-2)を用いて，D．M．がある場合の運動方程式について検討する．この時，式は以下のように示す．

$$\left(\begin{bmatrix} \boldsymbol{m} & & \\ & \boldsymbol{m} & \\ & & \boldsymbol{I} \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} \boldsymbol{m_{Dx}} & & \boldsymbol{m_{Dx}e_{Dy}} \\ & \boldsymbol{m_{Dy}} & -\boldsymbol{m_{Dy}e_{Dx}} \\ \boldsymbol{m_{Dx}e_{Dy}} & -\boldsymbol{m_{Dy}e_{Dx}} & \boldsymbol{I_D}+\boldsymbol{m_{Dx}e_{Dy}^2}+\boldsymbol{m_{Dy}e_{Dx}^2} \end{bmatrix}\right)\begin{Bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\theta} \end{Bmatrix}$$
$$+\begin{bmatrix} \boldsymbol{k_x} & & \boldsymbol{k_x e_y} \\ & \boldsymbol{k_y} & -\boldsymbol{k_y e_x} \\ \boldsymbol{k_x e_y} & -\boldsymbol{k_y e_x} & \boldsymbol{k_\theta}+\boldsymbol{k_x e_y^2}+\boldsymbol{k_y e_x^2} \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} x \\ y \\ \theta \end{Bmatrix}=-\begin{bmatrix} \boldsymbol{m} & & \\ & \boldsymbol{m} & \\ & & \boldsymbol{I} \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (1\text{-}2\text{-}2\text{-}1)$$

式(1-2-2-1)から，固有値問題の方程式(1-2-2-2)が得られる．これを変形すると，式(1-2-2-3)が得られる．

$$\omega^2\left(\begin{bmatrix} \boldsymbol{m} & & \\ & \boldsymbol{m} & \\ & & \boldsymbol{I} \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} \boldsymbol{m_{Dx}} & & \boldsymbol{m_{Dx}e_{Dy}} \\ & \boldsymbol{m_{Dy}} & -\boldsymbol{m_{Dy}e_{Dx}} \\ \boldsymbol{m_{Dx}e_{Dy}} & -\boldsymbol{m_{Dy}e_{Dx}} & \boldsymbol{I_D}+\boldsymbol{m_{Dx}e_{Dy}^2}+\boldsymbol{m_{Dy}e_{Dx}^2} \end{bmatrix}\right)\boldsymbol{r}$$
$$=\begin{bmatrix} \boldsymbol{k_x} & & \boldsymbol{k_x e_y} \\ & \boldsymbol{k_y} & -\boldsymbol{k_y e_x} \\ \boldsymbol{k_x e_y} & -\boldsymbol{k_y e_x} & \boldsymbol{k_\theta}+\boldsymbol{k_x e_y^2}+\boldsymbol{k_y e_x^2} \end{bmatrix}\boldsymbol{r} \quad (1\text{-}2\text{-}2\text{-}2)$$

$$\left(\begin{bmatrix} \boldsymbol{k_x} & & \boldsymbol{k_x e_y} \\ & \boldsymbol{k_y} & -\boldsymbol{k_y e_x} \\ \boldsymbol{k_x e_y} & -\boldsymbol{k_y e_x} & \boldsymbol{k_\theta}+\boldsymbol{k_x e_y^2}+\boldsymbol{k_y e_x^2} \end{bmatrix}-\omega^2\begin{bmatrix} \boldsymbol{m}+\boldsymbol{m_{Dx}} & & \boldsymbol{m_{Dx}e_{Dy}} \\ & \boldsymbol{m}+\boldsymbol{m_{Dy}} & -\boldsymbol{m_{Dy}e_{Dx}} \\ \boldsymbol{m_{Dx}e_{Dy}} & -\boldsymbol{m_{Dy}e_{Dx}} & \boldsymbol{I}+\boldsymbol{I_D}+\boldsymbol{m_{Dx}e_{Dy}^2}+\boldsymbol{m_{Dy}e_{Dx}^2} \end{bmatrix}\right)\boldsymbol{r}=0 \quad (1\text{-}2\text{-}2\text{-}3)$$

これに対して，ねじれのモードのみを 0 化させ，並進のモードのみの建物にモード制御させる条件と

1:日大理工・教員・建築　2:日大理工・院（前）・建築　3:日大理工・院（前）・建築

して，式(2-2-4)の固有ベクトルを有すると仮定する．

$$\boldsymbol{r}=\begin{Bmatrix}\boldsymbol{r_x}\\ \boldsymbol{r_y}\\ \boldsymbol{r_\theta}\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}1\\1\\0\end{Bmatrix},\begin{Bmatrix}-1\\1\\0\end{Bmatrix},\begin{Bmatrix}0\\0\\1\end{Bmatrix} \tag{1-2-2-4}$$

式(1-2-2-4)を式(1-2-2-3)に代入すると

$$\boxed{\begin{aligned}&k_x=\omega^2(m+m_{Dx})\\&k_y=\omega^2(m+m_{Dy})\\&k_x e_y=\omega^2 m_{Dx}e_{Dy}\\&k_y e_x=\omega^2 m_{Dy}e_{Dx}\\&k_\theta+k_x e_y^2+k_y e_x^2=\omega^2\left(I+I_D+m_{Dx}e_{Dy}^2+m_{Dy}e_{Dx}^2\right)\end{aligned}} \tag{1-2-2-5}$$

5 つの式に対し，$\omega^2, m_{Dx}, m_{Dy}, e_{Dx}, e_{Dy}, I_D$ の 6 つの未知数があるため，解くことができない．m_{Dx} を既知とすると，未知数は m_{Dx} と関わる式(1-2-2-6)に変換できる．

$$\boxed{\begin{aligned}&\omega^2=\frac{k_x}{m+m_{Dx}}\\&m_{Dy}=\frac{k_y(m+m_{Dx})}{k_x}-m\\&e_{Dx}=\frac{k_y e_x(m+m_{Dx})}{k_y(m+m_{Dx})-mk_x}\\&e_{Dy}=\frac{e_y(m+m_{Dx})}{m_{Dx}}\\&I_D=\frac{(m+m_{Dx})(k_\theta+k_x e_y^2+k_y e_x^2)}{k_x}-I\\&-\left(\frac{k_y(m+m_{Dx})}{k_x}-m\right)\left(\frac{k_y e_x(m+m_{Dx})}{k_y(m+m_{Dx})-mk_x}\right)^2\\&-m_{Dx}\left(\frac{k_x e_y(m+m_{Dx})}{k_x m_{Dx}}\right)^2\end{aligned}} \tag{1-2-2-6}$$

m_{Dx} を既知としても，解は一通りではないため，$\omega^2, m_{Dy}, e_{Dx}, e_{Dy}, I_D$ も m_{Dx} も無数の解がある．これに対して，数値を代入して，検討を行う．

2-3. 数値代入と解析結果

1 層 3 自由度モデルモデル平面を Figure（1-2-3-1）に，モデルの諸元を Table (1-2-3-1)に示し，固有値解析の結果を Table (1-2-3-2)のようにに示す．

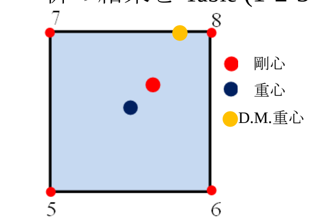


Figure 1-2-3-1. model plane

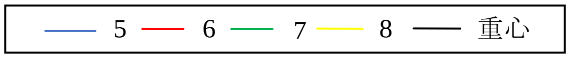
Table1-2-3-1. Elements of the examination model

	方向	単位	値
質量	−	[ton]	100
剛性	x方向	[kN/m]	2000
	y方向	[kN/m]	2400
偏心距離	x方向	[m]	1
	y方向	[m]	1
D.M.質量	x方向	[ton]	50
	y方向	[ton]	80
D.M.偏心距離	x方向	[m]	2.25
	y方向	[m]	3

Table1-2-3-2. Result of eigenvalue analysis

モード番号		1	2	3
固有値 ω^2		9. 73	15. 23	13. 33
固有周期(s)		2. 01	1. 61	1. 72
固有ベクトル	r_x	-0. 41	0. 41	1. 00
	r_y	0. 82	0. 82	0. 00
	r_θ	0. 41	-0. 41	0. 00

さらに，時刻歴応答解析を行う．入力地震動は EICENTRO 1940NS，入力方向は x 軸をもとに-90 度から 90 度までを 5 度刻ずつで入力している．



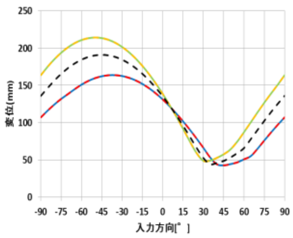


Figure 1-2-3-2. x direction

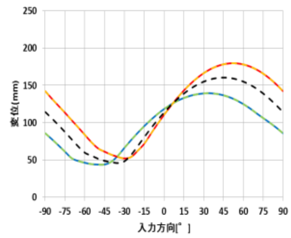


Figure 1-2-3-3. y direction

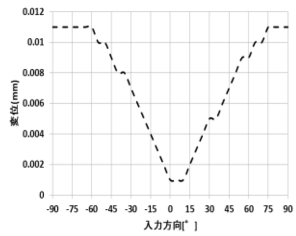


Figure 1-2-3-4. angle of rotation

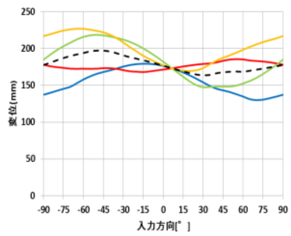


Figure 1-2-3-5. vectorial sum

1-3. まとめ

1-3-1. 結果考察

固有値解析結果により，ねじれモードを制御することができなかった．原因としては，固有ベクトルが直交することを条件として固有値問題に代入したからである．その検証結果を Figure(1-2-3)に示すが，Figure(1-2-3-4)より，ねじれの制御は入力角度 0 度~15 度の間のみと限定的であることが分かった．

1-3-2. まとめと今後の検討

本報は，1 層 3 自由度のモデルの運動方程式について，(1-2-1)と式(1-2-2)の関係を，固有値問題の方程式の一般形から検討した．次に式(1-2-2)から D.M.がある場合の運動方程式を解き，固有値問題方程式を導いた．さらに，数値代入し，解析した．しかし，固有ベクトルを用いた方法では全ての入力角度に対してねじれを制御することが出来ないことが分かった．今後の検討として，固有ベクトル以外の方法を用いて全ての入力角度に対してねじれのモードを無くす条件を検討する．次報ではその方法の一つとして，D.M.の配置に対しての応答について検証し，その傾向を得ていく．

4. 参考文献

[1]柴田明徳:「最新耐震構造解析第 2 版」，森山出版，2003 年 5 月．
[2]石丸辰治:「応答性能に基づく「対震設計」入門」，彰国社，2004 年 3 月．
[3]吉田正廣，小島紀男，松森徳衛，松浦武信，川上泉:「現代工学のためのマトリクスの固有値問題」現代工学社，2002 年 7 月．
[4]増澤拓也:「並進とねじれの連成振動モードに関する基礎的研究」，日本建築学会梗概，2016 年 8 月．