

コーシー条件面法による磁場反転配位プラズマ形状同定法の開発

Development of field-reversed configuration plasmas shape identification method by Cauchy Condition Surface method

○星野啓雄¹, 吉野智哉², 関口純一³, 浅井朋彦³, 高橋努³

Akio Hoshino¹, Tomoya Yoshino², Junichi Sekiguchi³, Tomohiko Asai³, Tsutomu Takahashi³

Abstract : Cauchy Condition Surface method can precisely calculate the outermost magnetic surface (separatrix shape) of plasma using poloidal flux (flux function: ψ), magnetic flux density B , and current distribution other than plasma current (coil currents and currents by electromotive force) on any closed surface outside the plasma. The Cauchy condition surface method solves the Grad-Shafranov equation using boundary element method. We have formulated the Cauchy condition surface method to apply a simply connected plasma, for example, field-reversed configuration plasma.

1. 序論

磁場反転配位 (FRC) プラズマは、 $\langle \beta \rangle \approx 1$ が実現可能な唯一の磁場閉じ込めプラズマである。生成したプラズマの位置・形状を正確に決定することは、プラズマを制御・評価する上で重要な項目で、現在FRCプラズマの形状解析では磁気プローブ、磁束ループを用いた排除磁束法で評価を行うのが主流となっている[1]。しかし、排除磁束法は無限長の円柱プラズマを仮定し、一様な磁場分布を有するという前提で計算される。よってFRCプラズマの形状解析では、端部など磁場分布が非一様になる領域では精度が著しく落ちてしまう。このことから、上記問題を解決出来る新たな形状決定法の開発が必要とされている。

本研究では、トカマクプラズマの評価などに用いられているコーシー条件面 (CCS) 法をFRCプラズマに適用することで正確にセパトトリクス面を評価し、形状解析精度向上の可能性を検証する[2]。CCS法は、プラズマ電流以外の電流分布 (コイル電流や導体境界に流れる電流)、ポロイダル磁束、磁束密度からなる境界積分方程式を解き、磁束関数分布を導くことでセパトトリクス面を同定する方法である。今回、FRCプラズマ形状解析に適したCCS法を考案した (境界積分路、境界条件の選定、コイル電流の扱い方) のでその報告を行う。

2. CCS 法

CCS 法の基礎方程式は以下の Maxwell 方程式から導くことができる。

$$\nabla \cdot \mathbb{B} = 0 \tag{1}$$

$$\nabla \times \mathbb{B} = \mu_0 \mathbb{j} \tag{2}$$

円筒座標系で軸対称を条件とすると (1), (2) 式より

$$\nabla \cdot \left[\frac{(\nabla \psi)}{r^2} \right] = -\frac{\mu_0 j_\theta}{r} \tag{3}$$

となり、CCS 法の基礎方程式 (Grad-Shafranov 方程式) が導かれる (ψ :磁束関数)。 (3) 式を、Green 関数を用いた境界積分方程式法を解き、磁束関数を求めていく。

$$\psi(x) = \oint_{\partial\Omega} [\psi(y) \nabla G_{(x,y)} - G_{(x,y)} \nabla \psi(y)] \frac{dL}{r_y} + \int_{\Omega} G_{(x,y)} \mu_0 j_\theta dS \tag{4}$$

$$\ast G_{(x,y)} = \frac{4}{k} \sqrt{r_x r_y} \left\{ \left(1 - \frac{k^2}{2} \right) K_{(k)} - E_{(k)} \right\}$$

$$k^2 = \frac{4r_x r_y}{\left\{ (r_x + r_y)^2 + (z_x - z_y)^2 \right\}}$$

ここで $G_{(x,y)}$: Green関数, r_x, r_y : 計算点, 設定点, $K_{(k)}, E_{(k)}$: 第1種, 第2種完全楕円積分である。

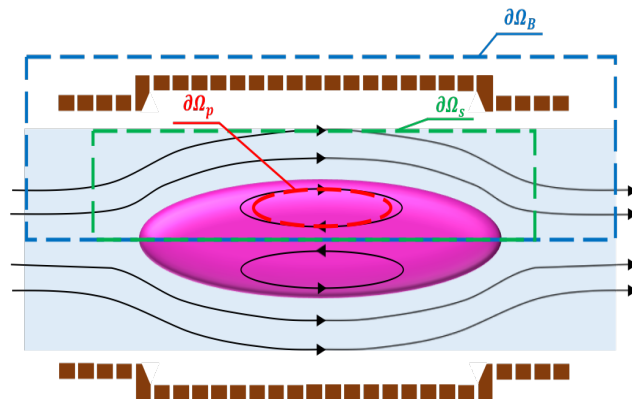


Figure. 1 Boundary surface of CCS method

ここで Fig. 1 に示すような、未知であるプラズマ電流を解析領域の外部に出した穴の開いた解析領域で計算することにより、プラズマ電流が未知のまま位置形状の再構築を可能にしている。CCS 法は(4)式の立て方を工夫することで、センサー設置面 $\partial\Omega_S$ 上の磁束、磁束密度、プラズマ電流以外の電流分布が既知の値であれば、閉曲面内の任意の点の磁束関数を求めることが出来る。ここで、 $\psi = 0$ となる等高線を描くことでセパトロクス面を導く。実際の CCS 法の計算では、(4)式を 4 つの解析領域で立て、連立させて解くことでセパトロクス面の同定を行う。

3. 各条件の選定

この解法は、用いる磁気センサーの精度に解析精度が依存するが、その他に対象となる装置やプラズマに適した各種条件が必要となり、その条件選定が解析による計算誤差に大きく影響を及ぼす。FRC プラズマへの適用の場合、選定する条件は、

- ・センサー設置面の形状、位置、離散点数
- ・CCS 面の形状、位置、離散点数
- ・センサー設置面上の計測困難な箇所の境界条件
- ・各コイル、コイル内の電流分布

などが挙げられる。その最適条件での解析結果について以下に示す。

センサー設置面 $\partial\Omega_S$ (168 点)と CCS 面 $\partial\Omega_P$ (16 点)を Fig. 2 のように設定した。まず、センサー設置面は横 2[m]、縦 0.128[m]となっており、厳密には長方形ではなく、頂点部分で離散点数を増やした丸みを帯びている。CCS 面は長半径 0.35[m]、短半径 0.01[m]の楕円形となっている。各コイルは内径 0.15, 0.17[m]、長さ 0.05[m]、厚さ 0.015[m]の円環コイルを 0.005[m]間隔で置いている。模擬プラズマ電流として $r=0.03$ [m]、 $z=-0.355\sim 0.355$ [m]に電流源を配置した。

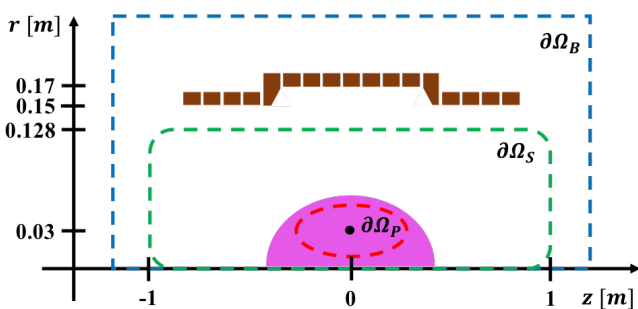


Figure. 2 Boundary condition of CCS method for FRC

GS 方程式をコイル上で $\psi = 1$ 、プラズマ電流源上で $\psi = -0.12$ 、無限遠方で $\psi = 0$ となるように境界条件を設定し、中央差分法による磁場空間分布計算 (ψ, B_z, B_r, j_θ) を行った。その値をセンサー設置面上面の境界条件として用いた。左右面の境界条件には真空放電を仮定した GS 方程式の解を与えた。コイル内電流分布は、各コイルの総電流値をコイル表面に 0.005[m]間隔で一様に分布させ、プラズマによる起電力で発生する誘導電流はコイル下面に 0.005[m]間隔で一様に分布させた。

4. 計算結果

前章設定での CCS 法計算結果を Fig. 3 に示す。

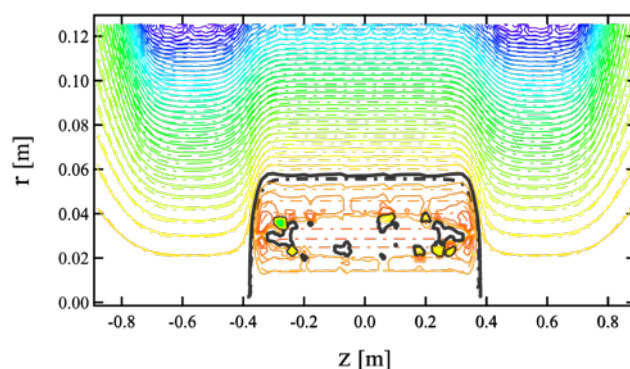


Figure. 3 Reconstructed flux function

(solid line : results by CCS method, dotted line : theoretical values)

この設定での CCS 法計算は、太線で描かれているセパトロクス面 ($\psi = 0$) を点線の理論値に対して誤差 0.002[m]以内で再構成することができた。

5. まとめ

CCS 法では、同じ計測データを用いても任意に選定できる各種条件によって解析精度が大きく変化する。今回設定したコイル配置 (生成コイル配置) で、磁気センサーの計測精度を除く CCS 法の解析による計算誤差をできる限り低減し、FRC プラズマ位置・形状の再構築を精度良く行うための各種条件を選定することができた。

今後は、実際に実験値を用いたセパトロクス面の再構築及び左右非対称なコイル配置 (移送コイル配置) での FRC プラズマ位置・形状の再構築を行う。

6. 参考文献

- [1] M. Tuszewski, et al. RCI Vol.54, 1611(1983)
- [2] K. Kurihara, Nucl. Fusion Vol.33, 399(1993)