

## 流体力学的アプローチによる流水の浸食のシミュレーション

### Simulation of erosion by a water flow via fluid dynamics approach

○石川 瞳子<sup>1</sup>, 小紫 誠子<sup>2</sup>\*Touko Ishikawa<sup>1</sup>, Satoko Komurasaki<sup>2</sup>

Abstract: As a first step to investigate the fluid dynamic process of a creation of large-scale fractal structures, which can be found in coastlines, river networks and mountain ranges, a smaller-scaled erosion of a slope by a water flow is simulated using a simple model, and the development process of flow pathways is studied. As a result of the computation, it is shown that the growth of flow pathways is affected by the distribution of erosion resistances of the slope surface.

#### 1. 緒論

海岸線や河川網, 山や谷などの凹凸にフラクタル構造が多く見られることが知られている. DLA モデルなどのフラクタルパターン生成モデルを用いた, フラクタル的地形のシミュレーションは行われている<sup>(5)</sup>などが, 浸食作用などを考慮した流体シミュレーションによるフラクタルな地形の再現はあまり行われていない.

本研究では, 地形に見られるフラクタル構造を, 流体力学的アプローチによって再現することを目標としている. ここではその足掛かりとして, 流水による浸食作用とそれによる流水路の発達について簡単なモデルを用いて数値シミュレーションを行う.

#### 2. 計算方法

##### 2-1. 支配方程式

本計算では, 流水の浸食作用によって地形が形成される過程を簡単なモデルを用いた流体シミュレーションにより再現する. 水の表現は通常は自由表面の取り扱いなど複雑なモデルが必要だが, ここでは非常に小さな拡散係数をもつ移流拡散物質の濃度  $A$  によって比重差を与え, 比重の大きい流体を水, 小さい方を空気と考えることにする. そして比重差による浮力を考慮した非圧縮性 Navier-Stokes 方程式と濃度  $A$  の移流拡散方程式を支配方程式として計算を行う.

$z$  を鉛直方向とする.  $Sc, \beta, g$  はそれぞれシュミット数(動粘度/ $A$ の拡散係数), 濃度  $A$  の基準濃度  $A_b$  からの変化に対する比重の変化率, 重力加速度である.

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad \dots (1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = -\nabla p + \frac{1}{Re} \nabla^2 \mathbf{v} + \mathbf{F} \quad \dots (2)$$

$$\mathbf{F} = (0, 0, -\beta(A - A_b)g)$$

$$\frac{\partial A}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) A = \frac{1}{Re \cdot Sc} \nabla^2 A \quad \dots (3)$$

$$\mathbf{x} = (x, y, z), \quad \mathbf{v} = (u, v, w)$$

##### 2-2. 計算条件

本計算では, Fig.1 のような計算領域を用いて, 斜面頂上から水を流し, 流水による斜面の浸食を再現する. Fig.2 のように斜面頂上に水の流入口を設け, 斜面付近でより細かく分割した.  $100 \times 50 \times 50$  の不等間隔格子を用いて計算を行う.

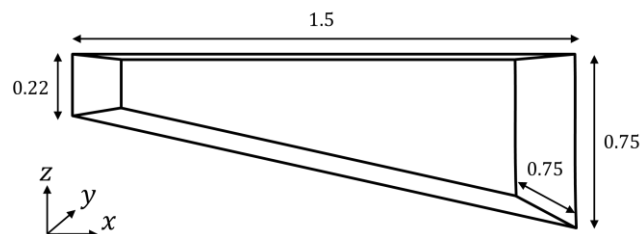


Figure 1. Computational domain

境界条件として, 斜面頂上の水の流入口においては  $0 \leq u \leq 0.25$  の範囲で  $u$  を Fig.2 のように与え, 流入口以外では速度の微分が  $0$  となるような条件を課す. 流入口と反対側, 斜面下の側の境界においては, 流出口として速度の微分が  $0$  の条件を課す.

横の壁面と, 上方水平面にはフリースリップ条件を, 斜面にはノンスリップ条件を課す.

斜面の頂上の中央付近の流入口から水として  $A = A_w$  の流体を流入する. 初期の計算領域内は, 流入口以外は  $A = A_b$  として空気で満たされているものとする. 本計算では  $A_b = 0, A_w = 1$  とする.

各パラメータについては以下を用いる.

$$Re = 5000, Sc = 100, \beta g = 1$$

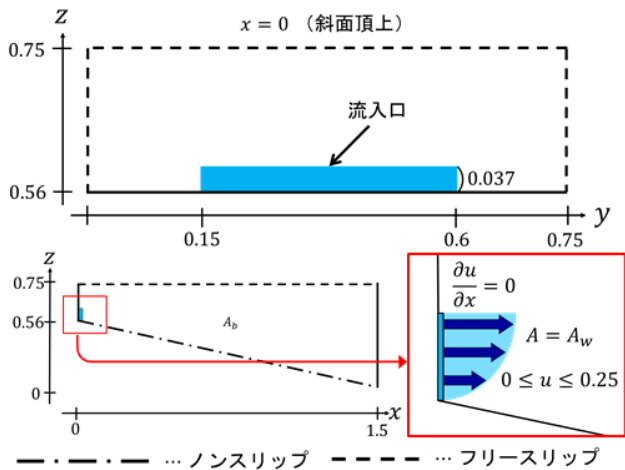


Figure 2. Boundary conditions

### 2-3. 斜面の浸食の計算方法

本計算では、流れる水の速度に応じて斜面を浸食するモデルを用いる。斜面を削る深さ $d$ は以下の式で与える。

$$d = C \left( \frac{\partial |U|}{\partial n} \right)^{\frac{3}{2}} \quad \dots (4)$$

(ただし、 $C$ は定数、 $U$ は斜面に平行な速度、 $n$ は斜面に垂直な方向とする)

この式で求まる値 $d$ によって斜面を掘り下げ、計算領域を変形させると共に計算格子を再生成する。これにより浸食を再現する。

### 2-4. 数値解析法

支配方程式は差分法を用いて離散化を行いフラクショナルステップ法を用いて解く。移流項には3次精度上流差分を、空間微分には2次精度中心差分を用いて近似する。また時間積分にはオイラー陽解法を用いる。

### 3. 計算結果

斜面表面を縦横2等分した4分割の各領域を、水の流入口を上にした状態で左上、右上、左下、右下の順にa,b,c,dで区別する。そして式(4)における定数 $C$ についてa,b,c,dで異なる値を用いて計算を行う。 $C$ の値として、 $C1 = 1.0 \times 10^{-5}$ ,  $C2 = 5.0 \times 10^{-5}$ ,  $C3 = 1.0 \times 10^{-4}$ ,  $C4 = 5.0 \times 10^{-4}$ を考え、以下のように各領域に割り当てる。

ケース \ 領域	a	b	c	d
A	$C1$	$C2$	$C4$	$C3$
B	$C1$	$C4$	$C3$	$C2$

Fig.3に、ケースA,Bの結果を示す。流水口を上にして、流水によって浸食された斜面を真上から見た図である。黒色が濃いほどその領域がより深く浸食されていることを表している。画像は(株)計算流体力学研究所のClef3Dを用いて作成している。

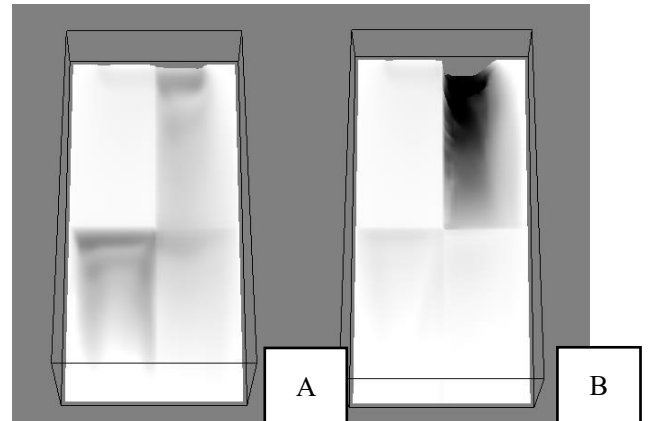


Figure 3. Eroded slope by a water flow in each case

### 4. まとめ

定数 $C$ の値を場所によって変えることで、斜面の削られ方に大きな違いが出ることが分かった。ケースAは4つの領域それぞれに比較的均等に水が流入し、各 $C$ の値に応じて斜面の削られ方が異なっているのに対し、ケースBは上部領域aに最も小さな $C$ 、隣のbに最も大きな $C$ が与えられているため、領域bで斜面がより深く削られ、流入口からの水のうち多くが領域cに至る前にbに流れ落ちてしまうことにより、領域a,cでの斜面の削られ方がケースAよりも浅くなる。これらの結果から、場所による $C$ の変化が、流水による浸食の様子や流水路の発達に大きく影響を与えることが示された。

### 5. 参考文献

- [1] 河村哲也：数値シミュレーション入門，サイエンス社(2013).
- [2] 桑原邦郎，河村哲也：流体計算と差分法，朝倉書店(2014).
- [3] 百々知史，石川瞳子，小紫誠子，“流水による地形形成過程のシミュレーション”，日本流体力学会 年会2018 予稿集，(2018)
- [4] 大野博之，“地球科学分野へのフラクタルの応用”，応用地質，第38巻，第3号，pp.159~pp.173，(1997)
- [5] 吉山昭，“発展する地理的パターンのモデル —フラクタル成長モデルの適用—”，理論地理学ノート，No.8，pp.111~pp.118，(1992)