

ラーメン架構の柱及び免震部材のP-Δ効果に関する研究
Study on P-Δ Effect of Ramen Column and Base Isolation System

○矢部春恵¹, 北嶋圭二², 中西三和², 安達洋³

*Harue Yabe¹, Keiji Kitajima², Mitsukazu Nakanishi², Hiromi Adachi³

Abstract: The purpose of this paper is to investigate a connection between the traditional analytical model of P-Δ effect which is applied shear multi-layer ramen frame column and the analytical model of P-Δ effect of isolation members as represented by rubber bearing.

1. はじめに

ラーメン架構に免震支承を挿入すると、免震層には大きな水平変形が生じ上部構造と下部構造の軸力の作用線にズレが生じる。この作用線のズレΔと軸力Pにより、P-Δ効果が発生する。この効果が免震建物にどのような影響を及ぼすかを把握し、設計上の取り扱いについて検討していく必要がある。

本研究では、従来のせん断型多層ラーメン架構柱に適用されているP-Δ効果の解析モデルと、積層ゴム支承で代表される免震部材のP-Δ効果のモデルとの関連性を調べることを目的とする。

2. ラーメン架構柱のP-Δ効果

Fig.1(a)に示すような両端の回転角を拘束した柱単体の頂部にせん断力Qと鉛直力Pを作用させた場合のP-Δ効果を考慮した柱単体の水平剛性 K_H は(1)式のように表せる。

$$K_H = \frac{12EI}{H^3} - \frac{P}{H} \quad (1)$$

ここに、E:ヤング係数、I:断面二次モーメント、H:高さである。

$K_H=0$ から、限界鉛直荷重 P_{cr} が次式のように得られる。

$$P_{cr} = \frac{12EI}{H^2} \quad (2)$$

(2)式の限界鉛直荷重 P_{cr} はFig.1(a)の両端の回転が拘

束された柱単体のオイラー座屈荷重 $P_k = \pi^2 EI/H^2 = 9.87 EI/H^2$ の近似値である^[1]。

3. せん断変形を考慮したラーメン架構柱のP-Δ効果

免震支承に対するP-Δ効果を表現するために、(1)式と(2)式に部材のせん断変形の影響を考慮する。Fig.1(b)にせん断剛性 GA/H を考慮した柱部材のP-Δ効果を含む力学モデルを示す。

ここで、回転バネの剛性 K_θ 、せん断バネの剛性 K_Q は(3)式のように表せる。

$$K_\theta = \frac{6EI}{H} \quad K_Q = \frac{GA}{H} \quad (3)$$

ここに、G:せん断弾性係数、A:断面積である。

この力学モデルから、全体変形Δが次式となる。

$$\begin{aligned} \Delta &= \Delta_e + \Delta_{p\Delta} \\ &= \left\{ \frac{QH^3}{12EI} + \frac{QH}{GA} \right\} + \left\{ \frac{PH^2}{12EI}\Delta + \frac{P}{GA} \frac{H^3}{12EI}Q + \frac{P^2}{GA} \frac{H^2}{12EI}\Delta \right\} \end{aligned} \quad (4)$$

(4)式よりQとΔの関係式を求めると、水平剛性 K_H は(5)式のように得られる。

$$K_H = \frac{1}{\left(\frac{H^3}{12EI} + \frac{H}{GA} + \frac{P}{GA} \frac{H^3}{12EI} \right)} \left\{ 1 - \left(\frac{PH^2}{12EI} + \frac{P^2 H^2}{12GA EI} \right) \right\} \quad (5)$$

$K_H=0$ から、限界鉛直荷重 P_{cr} が(6)式のように得られる。

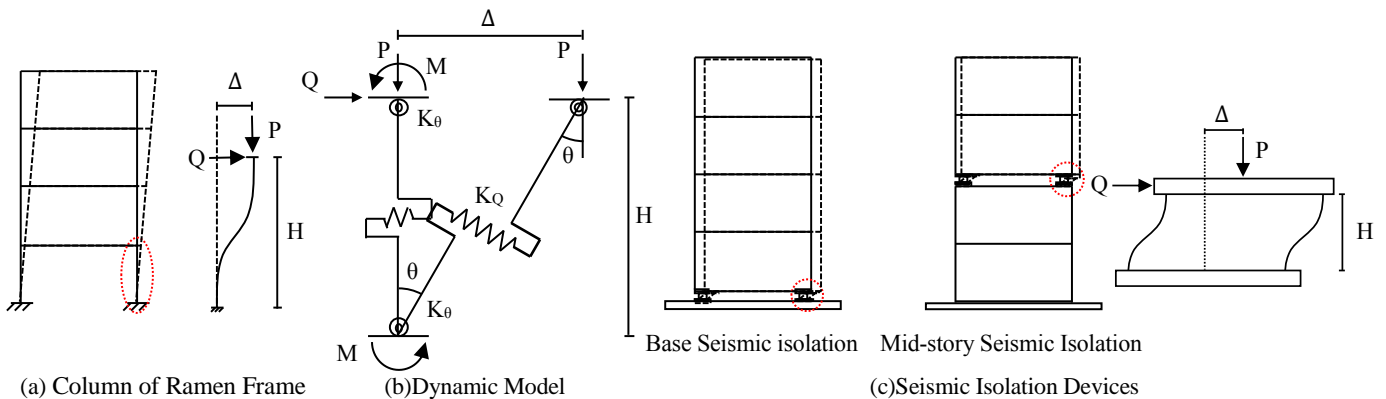


Fig.1 P-Δ Effect of Ramen Frame Column and Base Isolation System

$$P_{cr} = \frac{-\frac{H^2}{12EI} \pm \sqrt{\left(\frac{H^2}{12EI}\right)^2 + 4\frac{H^2}{12GAEI}}}{\frac{2H^2}{12GAEI}} \quad (6)$$

4. Haringx の弾性理論による柱状弾性体の水平剛性 K_H 並びに限界鉛直荷重 P_{cr} (座屈荷重 P_k) [2] [3] [4]

Fig.1(c)に示すような積層ゴム支承の構造モデルとしては、古典的な弾性理論に基づく Haringx 理論が採用されている。ここでは K_H と P_{cr} は次式で表されている。

$$K_H = \frac{P^2}{2k_b q \tan\left(\frac{qH}{2}\right) - PH} \quad (7)$$

$$P_{cr}(P_k) = \frac{1}{2}k_s \left(\sqrt{1 + \frac{4\pi^2 k_b}{H^2} \frac{1}{k_s}} - 1 \right) \quad (8)$$

$$q = \sqrt{\frac{P}{k_b} \left(1 + \frac{P}{k_s}\right)} \quad (9)$$

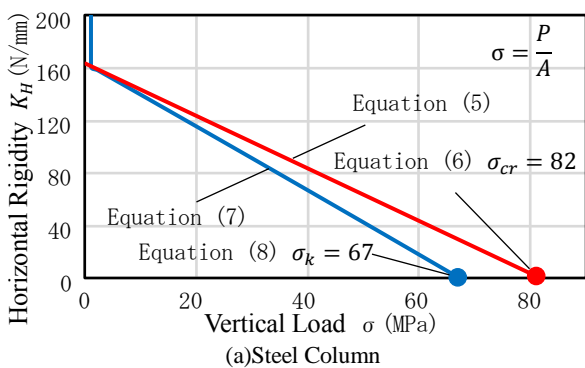
$$k_b = E_{rb}I \frac{H}{H_r} \quad k_s = GA_r \frac{H}{H_r} \quad (10)$$

$$E_{rb} = \frac{1}{\frac{1}{E_b} + \frac{1}{3G(1 + 2/3 \cdot \kappa \cdot S_1^2)}} \quad (11)$$

ここに、 k_b :有効曲げ剛性、 k_s :有効せん断剛性、 E_{rb} :補正された曲げ弾性係数、 A_r :断面積、 E_b :体積弾性係数、 κ :補正係数、 S_1 :積層ゴム支承の一次形状係数である。

有効曲げ剛性 k_b 、有効せん断剛性 k_s は、各剛性に積層ゴム高さ H とゴムのみの高さ H_r の割合を、元の剛性に乗じることで表している。なお、(7)式を用いて、 $P=0$ のときの水平剛性 K_{H0} を求めると不定である。したがって、 $\tan(qH/2) \cong qH/2$ とすると、 $P=0$ のときの水平剛性 K_{H0} が次式のように得られる。

$$K_{H0} = \frac{k_s}{H} \quad (12)$$



5. ラーメン架構におけるP-Δ効果とHaringx 理論の違い

単体の鉄骨柱部材と天然ゴム系積層ゴム支承に3章と4章で示した各式を適用して K_H 、 P_{cr} を算出する。

代入する部材の寸法を以下に示す。鉄骨柱部材は断面が100 mm×100 mmの角柱(断面積 $A=1 \times 10^4 \text{ mm}^2$)、高さ $H=5000 \text{ mm}$ とする。天然ゴム系積層ゴム支承は、ゴム外径 $d_0=1000 \text{ mm}$ (断面積 $A_r=7.9 \times 10^5 \text{ mm}^2$)、ゴム総厚さ $H_r=201 \text{ mm}$ 、ゴム一層厚さ6.7 mm、全高さ $H=328.6 \text{ mm}$ 、せん断弾性係数 $G=0.392 \text{ N/mm}^2$ 、体積弾性係数 $E_b=1200 \text{ N/mm}^2$ 、補正係数 $\kappa=0.85$ とする。

鉄骨柱部材に対する算定結果を Fig.2(a)に、天然ゴム系積層ゴム支承に対する算定結果を Fig.2(b)に示す。Fig.2(a)より、限界鉛直荷重 $P_{cr}=8.2 \times 10^5 \text{ kN}$ とオイラー座屈荷重 $P_k=6.7 \times 10^5 \text{ kN}$ の値の比が、 $8.2 : 6.7 (=1.22 : 1)$ である。(2)式から得られる限界鉛直荷重 P_{cr} と、オイラー座屈荷重 P_k の比が、 $12 : 9.87 (=1.22 : 1)$ であり、ほぼ一致することがわかった。また、Fig.2(b)の結果から積層ゴム支承のような、せん断変形が支配的な部材に対しては、(5)式で示された簡便な剛性評価式が Haringx 理論の精解値とほぼ一致する。

6. まとめ

本検討で得られた知見を以下に示す。

従来、数多くの研究成果が得られているせん断型多層ラーメン架構のP-Δ効果の解析モデルと同様な手法が免震部材にも適用可能であることがわかった。

【謝辞】

本研究を進めるにあたり、生産工学部神田亮教授には、貴重なご助言を賜りました、ここに深く感謝の意を表します。

【参考文献】

- [1] 柴田明徳：「最新耐震構造解析」、森川出版、2018。
- [2] (社)日本免震構造協会：「改訂版 設計者のための建築免震用積層ゴム支承ハンドブック」、(社)日本免震構造協会、2017。
- [3] Haringx, J.A.: "On highly compressible helical springs and rubber rods, and their application for vibration-free mountings", Philips Research Reports 3,pp.401-449,1948,Philips Research Reports4,pp.49-80,pp.206-220,1949.
- [4] 多田英之：「4秒免震への道」、理工図書、2007。

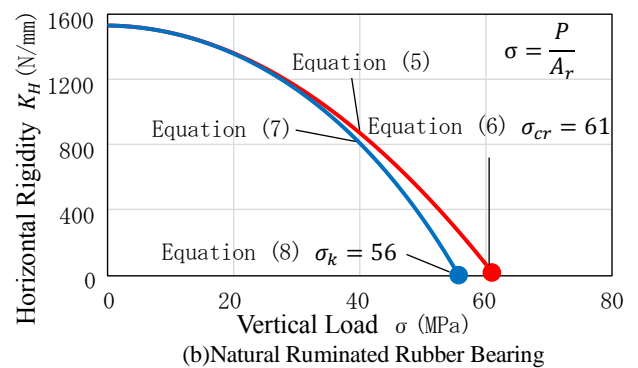


Fig.2 Horizontal Rigidity and Vertical Load