

AREKF による状態量と未知パラメータの同時推定

Simultaneous Estimation of State Quantities and Unknown Parameters Using AREKF

○宮間圭吾¹, 内山賢治², 増田開²

*Keigo Miyama¹, Kenji Uchiyama², Kai Masuda²

This paper describes the method of simultaneous estimation of state variables and unknown parameters by using adaptive robust extended Kalman filter (AREKF). It is difficult to obtain all state variables and physical parameters that are required to control a system. The AREKF, which is one of the useful estimation methods, is superior to the conventional EKF despite the presence or absence of parameter uncertainties. Furthermore, it is easy to implement AREKF to an actual system in comparison with EKF. Thus, we apply AREKF to a vehicle for simultaneous estimation of state variables and unknown parameters. The numerical simulation demonstrates the effectiveness of the proposed method.

1. はじめに

実システムを扱う場合、モデルパラメータを正確に測定することが困難な場合が多いため、高精度で状態量を推定することが難しく、モデルベース制御で高い制御性能を発揮することは容易ではない。

パラメータ不確かさを有するシステムにおいて、ロバストな推定が行える手法に REKF がある^[1]。REKF では、通常の EKF にパラメータ不確かさの影響を考慮したロバスト項を加えることでロバストな状態推定が行える。ただし、パラメータ不確かさがある場合は、REKF は高い推定精度を確保できるものの、パラメータ不確かさがない場合には、通常の EKF よりも推定精度が劣化してしまう。これに対して、パラメータ不確かさを考慮しながら状態量を推定する AREKF がある。

そこで本研究では、AREKF を状態量推定だけでなく、パラメータの推定にも応用し、パラメータが未知の条件下においても正確に状態量の推定が可能な手法を提案する。最後に、数値シミュレーションにより本手法の有効性を確認する。

2. REKF

パラメータ不確かさを有する離散時間非線形システムを次式に示す。

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{f}(\mathbf{x}_k, \mathbf{p}_k) + \mathbf{w}_k \quad (1)$$

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{h}(\mathbf{x}_k) + \mathbf{v}_k \quad (2)$$

$\mathbf{x}_k \in R^n$ は状態量, $\mathbf{y}_k \in R^m$ は観測量である。 $\mathbf{w}_k \in R^n$, $\mathbf{v}_k \in R^m$ はそれぞれ正規白色性のプロセスノイズと観測ノイズである。また、不確かさを含むパラメータベクトル $\mathbf{p}_k \in R^l$ は、平均値と分散がそれぞれ \mathbf{p}_k^{nom} 及び \mathbf{P}_k^{pp} に従うものとし、それぞれ既値と仮定する。こ

こで、 $(\hat{\mathbf{x}}_{k-1|k-1}, \mathbf{p}_k^{nom})$ 周りで非線形関数 $\mathbf{f}(\mathbf{x}_k, \mathbf{p}_k)$ を Taylor 展開, $\mathbf{h}(\mathbf{x}_k)$ を $\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}$ 周りで Taylor 展開すると次式を得る。

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{F}_{x,k-1} \tilde{\mathbf{x}}_{k-1} + \mathbf{F}_{p,k-1} \tilde{\mathbf{p}}_{k-1} + \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} + \mathbf{w}_{k-1} \quad (3)$$

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{H}_{x,k} \tilde{\mathbf{x}}_{k|k-1} + \hat{\mathbf{y}}_{k|k-1} + \mathbf{v}_{k-1} \quad (4)$$

また、線形化行列 $\mathbf{F}_{x,k-1}$, $\mathbf{F}_{p,k-1}$, $\mathbf{H}_{x,k}$ は次式となる。

$$\mathbf{F}_{x,k-1} = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}_{x=\hat{\mathbf{x}}_{k-1}}}, \mathbf{F}_{p,k-1} = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{p}_{p=\mathbf{p}_k^{nom}}}, \mathbf{H}_{x,k} = \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{x}_{x=\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}}} \quad (5)$$

(3)式より、推定誤差は $\tilde{\mathbf{x}}_{k|k-1} = \mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}$ となるので、推定誤差共分散行列は次式のように近似できる。

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{k|k-1} &= \mathbf{E}[\tilde{\mathbf{x}}_{k|k-1} \tilde{\mathbf{x}}_{k|k-1}^T] \\ &= \mathbf{F}_{x,k-1} \mathbf{P}_{k-1|k-1} \mathbf{F}_{x,k-1}^T + \mathbf{Q} \\ &\quad + \mathbf{F}_{p,k-1} \mathbf{P}_{k-1}^{pp} \mathbf{F}_{p,k-1}^T + \Delta \mathbf{P} \end{aligned} \quad (6)$$

ここで $\Delta \mathbf{P}$ は設計パラメータを示し、Taylor 展開で得られた高次の項の期待値をまとめた行列で表せる。

(6)式より、通常の非線形 KF ではパラメータ不確かさの影響項 $(\mathbf{F}_{p,k-1} \mathbf{P}_{k-1}^{pp} \mathbf{F}_{p,k-1}^T + \Delta \mathbf{P})$ だけ、推定誤差共分散行列を少なく見積もっていることが分かる。これ以降の演算は、通常の非線形 KF の更新式に従う。

3. AREKF

通常の非線形 KF で計算される推定誤差共分散行列を $\mathbf{P}_{k|k-1}^{nom} = \mathbf{F}_{x,k-1} \mathbf{P}_{k-1|k-1} \mathbf{F}_{x,k-1}^T + \mathbf{Q}$, パラメータ不確かさの影響を $\mathbf{P}_{k|k-1}^{rob} = \mathbf{F}_{p,k-1} \mathbf{P}_{k-1}^{pp} \mathbf{F}_{p,k-1}^T + \Delta \mathbf{P}$ とする。更にスカラー値の適応パラメータ α_k ($0 \leq \alpha_k \leq 1$) を用いて次式で与える。

$$\mathbf{P}_{k|k-1}^{adp} = \mathbf{P}_{k|k-1}^{nom} + \alpha_k \mathbf{P}_{k|k-1}^{rob} \quad (7)$$

α_k の適応則を導出するため、観測誤差共分散行列に対して、イノベーション $\mathbf{v}_k = \mathbf{y}_k - \hat{\mathbf{y}}_{k|k-1}$ を用いて次式で近似する^[2]。

$$\mathbf{P}_k^{yy} = \begin{cases} v_1 v_1^T & (k = 1) \\ \frac{\rho \mathbf{P}_{k-1}^{yy} + v_k v_k^T}{\rho + 1} & (k > 1) \end{cases} \quad (8)$$

ここで $\rho (0 < \rho < 1)$ は忘却係数である。

次に、(7)式を用いて観測誤差共分散行列を計算すると次式を得る。

$$\mathbf{P}_{k|k-1}^{yy,adp} = \mathbf{P}_{k|k-1}^{yy,nom} + \alpha_k \mathbf{H}_{x,k} \mathbf{P}_{k|k-1}^{prob} \mathbf{H}_{x,k}^T \quad (9)$$

ここでは、(8)式及び(9)式で計算される観測誤差共分散行列を近づけることを目的として、以下の評価関数を導入する。

$$J = \|\mathbf{P}_k^{yy} - \mathbf{P}_{k|k-1}^{yy,adp}\| \\ = \text{tr}\{(\mathbf{P}_k^{yy} - \mathbf{P}_{k|k-1}^{yy,adp})(\mathbf{P}_k^{yy} - \mathbf{P}_{k|k-1}^{yy,adp})^T\} \quad (10)$$

(10)を満たす最適解 α_k^* は次式となる。

$$\alpha_k^* = \frac{\text{tr}\{(\mathbf{P}_k^{yy} - \mathbf{P}_{k|k-1}^{yy,nom})\mathbf{A}_k^T\}}{\text{tr}(\mathbf{A}_k \mathbf{A}_k^T)} \quad (11)$$

4. 数値シミュレーション

数値シミュレーションで用いた探査ローバのモデルを Figure 1 に示す。

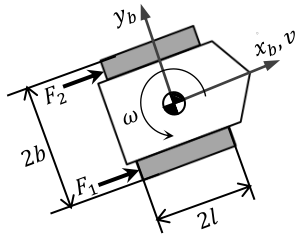


Figure.1: Definition of state variables of rover

探査ローバの運動方程式は次式で定義される。

$$\begin{cases} \dot{v} = \left(-\frac{2c}{r^2 M + 2J_w}\right)v + \left(\frac{r}{r^2 M + 2J_w}\right)(u_1 + u_2) \\ \dot{\omega} = \left(-\frac{2b^2 c}{r^2 J_b + 2b^2 J_w}\right)\omega + \left(\frac{br}{r^2 J_b + 2b^2 J_w}\right)(u_1 - u_2) \end{cases} \quad (12)$$

(12)式において、 M 及び J_b はローバ本体の質量と慣性モーメント。 J_w , c , r は駆動系の慣性モーメント、粘性係数、車輪の半径であり、 u_1 及び u_2 は左右の駆動系に加わる入力である。以下、数値シミュレーション条件を Table 1, パラメータ不確かさがない場合の状態量と未知パラメータの推定値を Figure 2 に示す。

Table 2 の RMSE の値を見るとパラメータ不確かさがある場合、REKF, AREKF 共に推定精度が良好であることが確認出来る。一方、Table 3 と Figure 2 を見ると、パラメータ不確かさがない場合、REKF では推定精度が劣化したが、AREKF では加算するロバスト項を調整することで、きちんと推定が出来ていることが確認できる。

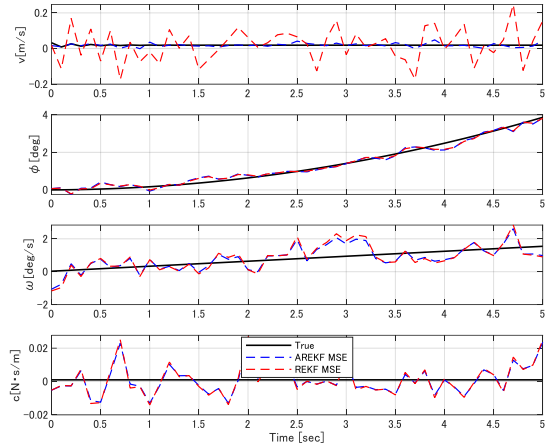


Figure 2 Results of numerical simulation for system without parameter uncertainties

Table 1. Simulation parameters

Sampling time t [s]	0.1
Mass M [kg]	0.480
Moment of inertia J_b [kgm ²]	5.94×10^{-4}
Moment of inertia J_w [kgm ²]	3.6×10^{-8}
Wheel radius r [m]	0.015
Body width b [m]	0.055
Coefficient of viscosity c [N · s/m]	0.001

Table 2. RMSE (uncertain parameter)

	v [m/s]	ϕ [deg]	ω [deg/s]	c [N · s/m]
REKF	2.88×10^{-3}	3.25×10^{-2}	8.44×10^{-2}	2.50×10^{-4}
AREKF	2.89×10^{-3}	3.10×10^{-2}	7.34×10^{-2}	2.70×10^{-4}

Table 3. RMSE (nominal parameter)

	v [m/s]	ϕ [deg]	ω [deg/s]	c [N · s/m]
REKF	9.16×10^{-2}	1.49×10^{-2}	6.36×10^{-2}	9.39×10^{-3}
AREKF	1.04×10^{-2}	1.66×10^{-2}	5.45×10^{-2}	8.63×10^{-3}

5. おわりに

AREKF による状態量と未知パラメータの同時推定を行った。パラメータ不確かさがある場合は、REKF と推定精度はほとんど変わらないが、不確かさがない場合は、AREKF の方が良好な推定精度となり、不確かさに対してロバストな同時推定を行うことができた。

参考文献

- [1] 石原新士, 山北昌毅:「パラメータ不確かさを有する非線形システムにおけるロバストカルマンフィルタ」, 計測自動制御学会論文集, Vol. 58, No. 10, pp. 527-538 2017
- [2] Niranjana Subramanya, Yung C. Shin, “Adaptive divided difference filtering for simultaneous state and parameter estimation”, Automatica, Vol. 45, pp. 1686-1693, 2009