

円制限四体問題におけるラグランジュ点間の軌道遷移

Transfer Trajectory between Lagrange Points of Bicircular Restricted Four-Body Problem

○奥村友貴¹, 内山賢治², 増田開²

*Yuki Okumura¹, Kenji Uchiyama¹, Kai Masuda²

In this paper, we examine the trajectory control to follow Halo orbit around Lagrange point of the Earth-Moon system considering the effect of the gravitation of the Sun. There are some plan to use Lagrange points for astronomical applications. The four-body problem can be comprehensively handled the Sun-Earth system and the Earth-Moon system. It is possible to develop space such as a telescope repair and improvement more smoothly. Therefore, we investigate control performance on halo orbit between three-body problem and four-body problem through use of the numerical simulation.

1. 緒言

宇宙開発では、ラグランジュ点の利用が増えており、これまでに太陽や系外惑星の観測のために多くの望遠鏡や天文衛星がラグランジュ点に打ち上げられている。また、ラグランジュ点を周回するハロー軌道間の惑星間航行の研究^[1]やラグランジュ点に深宇宙港建設の構想^[2]もあることから、宇宙開発におけるラグランジュ点の重要性はさらに高まると予想される。これらで利用されているラグランジュ点は、太陽-地球系や地球-月系のものであり、この2つの系を四体問題として扱うことで、これらの系を総合的に考えることができる。

そこで本研究では、四体問題を用いたラグランジュ点間の遷移飛行を検討する。ラグランジュ点間の移動が容易になれば、望遠鏡の修理や惑星探査など、より円滑に幅の広い宇宙開発が行なえると期待される。

本稿では、まず、地球-月系の三体問題に太陽を加えた四体問題における軌道制御をする際に受ける太陽の影響について調べる。目標軌道は地球-月系のL2点まわりのハロー軌道とし、数値シミュレーションを用いて宇宙機が受ける太陽の影響を検証する。

2. 太陽-地球-月系

太陽-地球-月系の概念図を Figure 1 に示す。

Figure 1 の座標において、地球と月の重心が原点となっており、 $\mathbf{r}, \mathbf{r}_S, \mathbf{r}_E, \mathbf{r}_M$ はそれぞれ原点、太陽、地球、月から宇宙機へのベクトルとなっている。また、 \mathbf{a}_S は原点から太陽へのベクトル、 θ_S はx軸と \mathbf{a}_S のなす角を表している。これらの変数は、地球と月の距離を代表長さ、月の公転角速度の逆数を代表時間として無次元化している。

ここで、太陽-地球-月系における宇宙機のx,y,z方向の運動方程式はそれぞれ次式のように表せる。

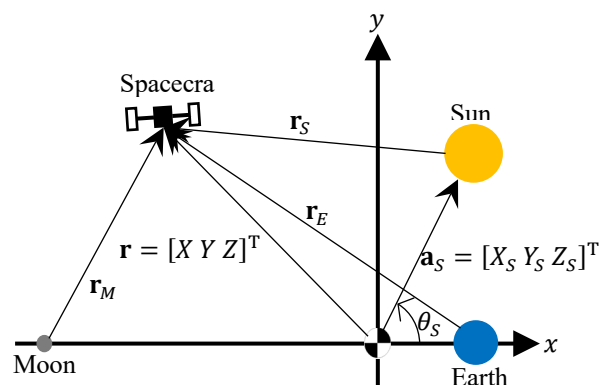


Figure 1. The Sun-Earth-Moon system^[1]

$$\ddot{X} - 2\dot{Y} + \left(-1 + \frac{1-\rho}{r_E^3} + \frac{\rho}{r_M^3}\right)X - \rho(1-\rho)\left(\frac{1}{r_E^3} - \frac{1}{r_M^3}\right) = u_x + \frac{a_S^3 \theta_S^2 (X - a_S \cos \theta_S)}{r_S^3} + a_S \theta_S^2 \cos \theta_S \tag{1}$$

$$\ddot{Y} + 2\dot{X} + \left(-1 + \frac{1-\rho}{r_E^3} + \frac{\rho}{r_M^3}\right)Y = u_y + \frac{a_S^3 \theta_S^2 (Y - a_S \sin \theta_S)}{r_S^3} + a_S \theta_S^2 \sin \theta_S \tag{2}$$

$$\ddot{Z} + \left(\frac{1-\rho}{r_E^3} + \frac{\rho}{r_M^3}\right)Z = u_z + \frac{a_S^3 \theta_S Z}{r_S^3} \tag{3}$$

上式において、 u_x, u_y, u_z はそれぞれx,y,z方向の制御入力である。また、 ρ は質量比といい、次式のように表せる。ただし、 m_E は地球の質量、 m_M は月の質量である。

$$\rho = \frac{m_M}{m_E + m_M} \tag{4}$$

3. 軌道制御

3.1. ハロー軌道

軌道制御において、目標軌道であるハロー軌道のx,y,z方向の式はそれぞれ次式のように表せる。

$$X_c = -A_x \sin \omega t \tag{5}$$

$$Y_c = -A_y \cos \omega t \tag{6}$$

1 : 日大理工・院 (前)・航宇 2 : 日大理工・教員・航宇

$$Z_c = A_z \sin \omega t \quad (7)$$

上式において, $A_x = 0.0031, A_y = A_z = 0.00911, \omega = 1.8627$ である.

3.2. 制御系

本稿では, PD 制御を用いて宇宙機の軌道制御を行った. このときのブロック線図を Figure 2 に示す. ただし, $\mathbf{r} = [X \ Y \ Z]^T, \mathbf{r}_c = [X_c \ Y_c \ Z_c]^T$ である.

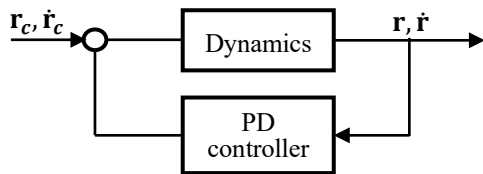


Figure 2. Block diagram

また, 入力 \mathbf{u} は次式のように表せる.

$$\mathbf{u} = \mathbf{K}_p(\mathbf{r}_c - \mathbf{r}) + \mathbf{K}_d(\dot{\mathbf{r}}_c - \dot{\mathbf{r}}) \quad (8)$$

ここで, $\mathbf{u} = [u_x \ u_y \ u_z]^T, \mathbf{K}_p = [k_{px} \ k_{py} \ k_{pz}], \mathbf{K}_d = [k_{dx} \ k_{dy} \ k_{dz}]$ である.

4. 数値シミュレーション

シミュレーション条件を Table 1 に示す. 三体問題の運動方程式は, (1)式から(3)式の右辺第 2 項以降の項をゼロとした式となっている. 宇宙機の軌道を Figure 3 に, 三体問題と四体問題における目標軌道との偏差の時間履歴をそれぞれ Figure 4 と Figure 5 にそれぞれ示す.

Figure.3 をみると, 三体の場合よりも四体のほうが, 軌道にぶれが生じているのが確認できる. また, Figure 4 と Figure 5 をそれぞれ比較してみると, x 軸と y 軸の偏差は四体のほうが大きくなっている. このことから, 地球-一月系における軌道制御は太陽の影響が顕著にており, 四体問題で考慮する必要があることが分かる.

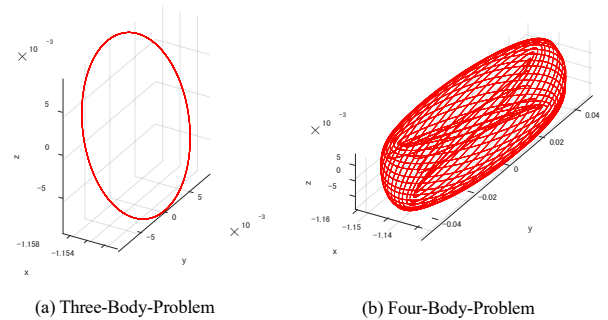


Figure.3 Orbit of spacecraft

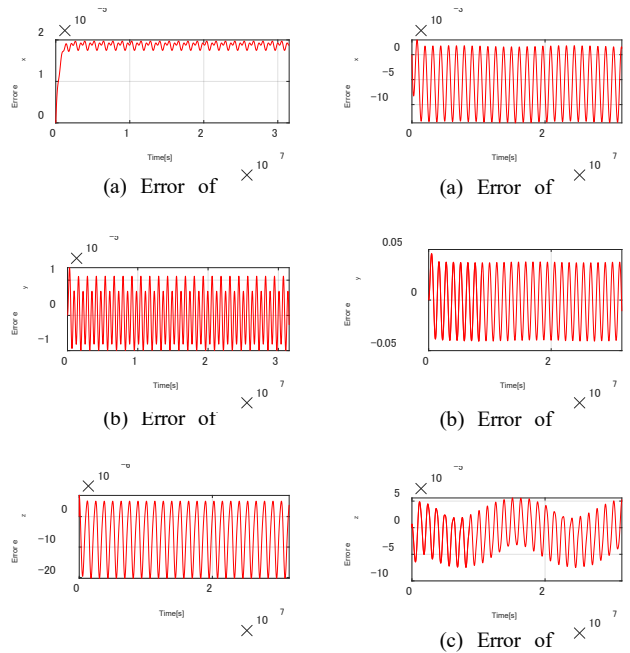


Figure.4 Error of three body problem

Figure.5 Error of four body problem

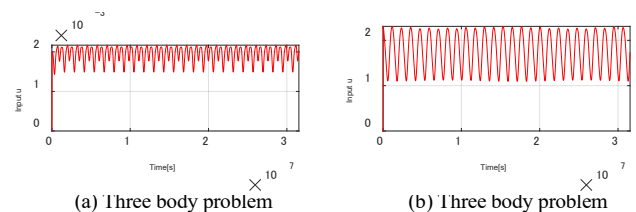


Figure.6 Input

Table 1 Numerical simulation parameters

Simulation time t	365 days
Initial position X_0, Y_0, Z_0	$[-1.15568, -0.00911, 0]$
Initial velocity $\dot{X}_0, \dot{Y}_0, \dot{Z}_0$	$[-0.0058, 0, 0.0170]$
Mass ratio ρ	0.001215
Distance between the origin and the sun a_s	388.5709
The sun's angular velocity $\dot{\theta}_s$	1
Gain \mathbf{K}_p	$[100 \ 20 \ 100]$
Gain \mathbf{K}_d	$[100 \ 20 \ 100]$

参考文献

[1] Masaki Nakamiya, Hiroshi Yamakawa, Daniel J. Scheeres, Makoto Yoshikawa, "Interplanetary Transfers Between Halo Orbits: Connectivity Between Escape and Capture Trajectories", JOURNAL OF GUIDANCE, CONTROL, AND DYNAMICS, Vol.33, No.3, pp.803-813, 2010
 [2] 山川宏, 「人類が生存する宇宙圏の 2050 年の姿を予想する」, 生存圏研究, No.4, pp.27-34, 2008