

画像解析用いた大きな剪断変形下でのゴムの有限歪の計測  
(圧縮の予変形後の剪断歪の分布について)

Finite Strain Measurements using Image Analysis for Rubber Subjected Large Shear Deformation  
(Distribution of Shear Strain after Applying Pre-compression)

○篠田 秋穂<sup>1</sup>, 加藤 保之<sup>2</sup>

\* Akiho SHINODA<sup>1</sup>, Yasuyuki KATO<sup>2</sup>

Abstract: The purpose of this study is to measure the finite strain generated in a rubber by using the image analysis based on natural strain theory. In our previous study, focusing on the torsional deformation for a rectangular cross section shaft, the shearing strain measured on the surface of test piece have been investigated based on the image analysis proposed in this study. Moreover, the large shear deformation after uniaxial tension has been investigated as the next theme of this study. In the present study, the large shear deformation after uniaxial compression is examined, and the distributions along the cross section are measured and compared with the results based on the conventional torsional theory of square cross section proposed by Saint-Venant.

1. 緒 言

本研究の目的は、自然歪理論の特徴を画像解析の手法に有効利用して大変形下の有限歪の測定を行い、従来の測定結果と比較することで本画像解析手法の妥当性を検証することである。円形以外の一般断面形状の棒部材の捩りに関しては、断面が軸方向に変位してしまうため平面保持の仮定が崩れ、いわゆるワーピング(warping)を考慮する必要がある、これはサンブナン(Saint Venant)の捩り理論として一般によく知られている<sup>(1)</sup>。しかし、この捩り理論は、微小変形を仮定した理論であり、大変形下で成立する理論ではない。一方で、大変形を考慮した超弾性体の理論としては、歪エネルギー密度関数を導入した Mooney-Rivlin や Ogden のモデルなどが広く採用されている。しかし、ワーピングを考慮しなければならない一般断面形状の大変形の捩りについては、あまり研究が行われておらず、その詳細は明らかではない。そのため前報までの研究では、超弾性体であるゴムを研究対象に選び、正方形断面棒の捩りに着目して、試験片の表面の歪を本画像解析手法に基づき調査してきた。

本研究では最初に圧縮を加えた後に大きな捩りを加える場合について検討する。特に、試験片の断面の周辺から内部にわたる各場所の歪を測定し、捩りのみとの分布と比較する。

2. 画像解析手法

本研究では、試験片の表面に描いた3本の線素から変形勾配の各成分を求め、極分解により変形の主値とその方位を求め、主歪、剛体回転、ならびに剪断歪を算出する(誘導過程は紙面の都合上省略する)。

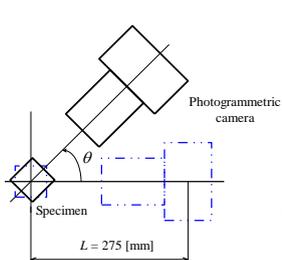


Fig.1 Position of camera

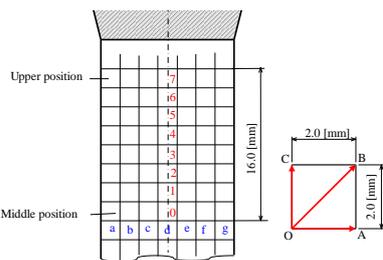


Fig.2 Position of small elements

3. 実験方法

3.1 実験装置について

本研究では圧縮を加えた後に大きな捩りを作用させる必要があるため、軸方向変位と剪断変位を同時に作用できる多軸負荷試験機を用いて実験を行う。

また、画像の測定に使用したカメラは、Canon 製の高画素カメラ(最大有効画素 5060 万画素)であり、同一微小要素の刻々の変化を測定するために図1に示すように、カメラは回転移動させながら測定を行う。

3.2 実験条件

試験片の材質は、天然ゴム(硬度 Hs=65)であり、正方形断面(一辺の長さ 14 [mm], 標点間距離 40 [mm])の試験片を用いた。また、図2のように試験片の表面には、等間隔(2.0 [mm])の格子状の罫書き線が描かれている。

この試験片を試験機に装着した後に、最初に圧縮(最大軸方向変位  $u=6.0$ [mm])を加え、その軸方向変位を拘束した状態のままトルクを加える。ただし、加える最大捩れ角を3段階(捩れ角  $\varphi_{deg} = 135, 225, 315$  [deg])に設定して画像の測定を行う。ここでの画像の測定は、試験片の中央部から 16 [mm]離れた上部までの計8カ所の微小要素( $N=0\sim 7$ )と、上部( $N=7$ )と中央部( $N=0$ )の断面に対して7カ所の微小要素(a~g)について行う。これらの撮影された画像から微小要素の4点の座標位置OABCを測定し、自然歪理論に基づき、主歪 $\epsilon_1$ 、剛体回転 $\theta_R$ 、鉛直方向の線素の剪断歪 $\gamma$ 等の諸量を求める。

4. 実験結果と考察

4.1 局部変形の発達状況について

局部変形の発達状況を調査するために上部と中央部の画像より得られた測定結果を、剪断歪が最大である図2の要素dに対して比較する。図3は、画像解析より得られる試験片の上部と中央部の剪断応力 $\tau$ と剪断歪 $\gamma$ ( $\gamma_{xz}$ )の関係を、捩りのみを加えた結果に重ねて表したものである。

1: 日大理工・学部・機械, 2: 日大理工・教員・機械

圧縮後に振りを加える本研究の結果(□, □)は、振りのみの結果(△, △)に比べて剪断歪は大きくなる(この図で、緑色と水色のプロットが上部、赤色と紫色のプロットが中央部の画像の測定結果である)。ここで、図中のAは、振れ角  $\varphi_{deg}=135$  [deg]の状態を、Bは、225 [deg], Cは、315 [deg]の結果をそれぞれ示している。図中のAの状態では、赤色(または紫色)のプロットの歪は、緑色(または水色)のプロットの歪よりも大きく発生していることから、中央部の変形が先行し始めていることが確認できる。また、図中の黒色(または薄茶色)のプロット(●, ●)は試験機の回転角より得られた結果であるが、変形が比較的小さい状態では、赤色(または紫色)のプロットと緑色(または水色)のプロットの間にある。更に、Bの状態では、画像より得られた結果と試験機の回転角より得られた結果には差異が生じ、Cの状態ではそれらの差異がかなり大きくなる。これは、回転に伴い試験片表面の標点間距離が伸びるためであり、図2中の要素dの位置での試験片表面における標点間距離  $L^*$ は、変形後の形状を考慮すると以下のように表される。

$$L^* = L \sqrt{1 + \left(\frac{\pi a \varphi_{deg}}{180 L}\right)^2} \quad \dots (1)$$

この標点間距離の修正を施して、圧縮後に振りを加える場合について再度、要素dに対する剪断応力  $\tau$  と剪断歪  $\gamma$  ( $\gamma_{yz}$ ) の関係を描いたものが図4である。この図の赤色のプロット(●)が修正後の結果であり、本画像解析より得られた測定値に近づくことが確認できる。

#### 4.2 断面内の剪断歪の分布

図5は、Cの状態に対して、断面内の剪断歪の分布を表したものである。引張後に振りを加える本研究の測定結果(□, □)は、振りのみを加える前報の結果(△, △)に比べて小さいことが確認できる。また、この図の黒色(または茶色)の曲線が、サンプナンの振り理論の解析結果であり、赤色(または橙色)の曲線が、前述の標点間距離の修正を施した結果である。この図から修正後の結果は、本画像解析の測定値に近づくことが確認できる。

#### 5. 結 言

ゴムを研究対象とし、引張後に大きな剪断変形を正方形断面の試験片に加えた際にその表面に生じる歪を本画像解析手法に基づき調査し、以下のことが明らかとなった。

- (1) 引張後に振りを加える本研究の測定結果は、振りのみを加える前報の結果に比べて剪断歪は小さく、また剪断応力が大きくなる。
- (2) 変形の比較的初期の段階では、上部画像から得られた剪断歪は、中央部画像から得られた歪より小さく、大変形下では、上部と中央部の結果に差異が認められず、ほぼ一樣な変形が生じる。
- (3) 有限変形理論に基づく本画像解析の実験値と、従来の正方形断面棒の振り理論に基づく測定値を比較し

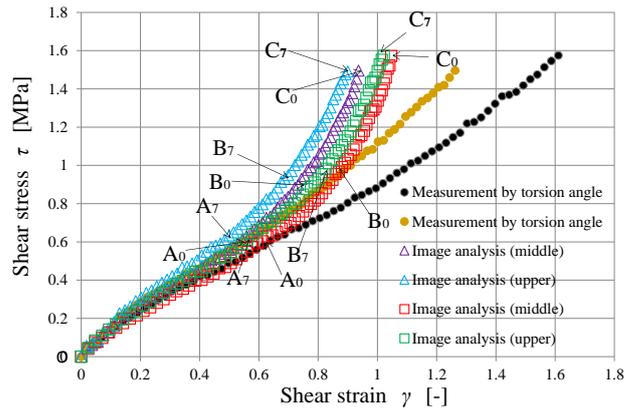


Fig.3 Shear stress and shear strain

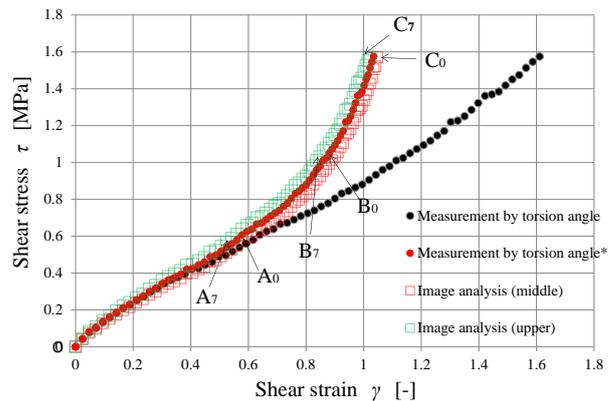


Fig.4 Shear stress and shear strain ( modified by  $L^*$  )

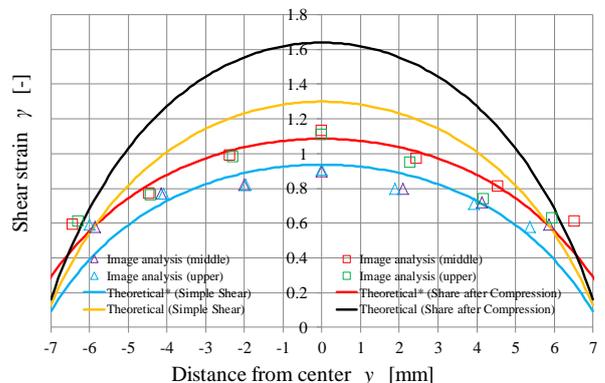


Fig.5 Distribution of shear strain

た結果、変形が増大するにつれて両者の結果に差異が生じる。

- (4) 正方形断面棒の振りの厳密解に大変形下の試験片表面における標点間距離の修正を施した結果は、本画像解析の実験結果に近づく。
- (5) 断面内の剪断歪の分布は、引張後に振りを加える本研究の測定結果は、振りのみを加える前報の結果に比べて小さい。

#### 参考文献

[1] S.P. Timoshenko and J.N. Goodier: Theory of Elasticity, Third Edition, Mc Graw-Hill (1970).