

非線形最適制御を用いた航空機軌道の生成 Generation of Aircrafts Trajectory Using Nonlinear Optimal Control

○高橋夏海¹, 備後尚之¹, 佐々修一², 安部明雄²

*Natsumi Takahashi¹, Naoyuki Bingo¹, Shuichi Sasa², Akio Abe²

Currently, the number of aircraft is increasing, and that makes air traffic situation delayed and crowded. Therefore, it is necessary for aircrafts to be controlled effectively and air traffic capacity must be increased. In this paper, we controlled aircrafts' trajectory spatially and temporally. At first, we tried to solve Zermelo's problem which is one of the trajectory optimization problem in a flow field. We could find an optimal solution numerically which is almost same as analytical solution. In addition, we could designate via points which aircrafts should go through. We added some kinetic models to the aircraft model of Zermelo's problem.

1. 研究背景

近年, 世界的な航空交通量の増加により, 上空の混雑や航空機の運航の遅延が生じている. この傾向は今後も継続すると予想される^[1]. そのため, 現在航空機の効率的な誘導や, 航空交通容量の拡大が求められている. 将来的な航空交通管制システムの理想像として描かれているものに, パイロットが経路や高度, 速度をかなりの程度自由に設定して飛行することができるフリーフライトという考え方があり, その実現のためには, 航空機相互が交錯することを自動的に回避するシステムを構築することが課題となる. これらを踏まえ, 本研究では複数の航空機を衝突や接近を避けつつ, 空間, 時間的に最適に経路を制御する 4 次元最適化制御や複数機の交差の計算等の研究の前段階として, 簡潔な条件下での最適化軌道の生成に取り組んでいる.

2. Zermelo 問題

本研究では, 流れ場の中に存在する移動体が任意の 2 点間を移動するために要する最短時間軌道を求める問題である Zermelo 問題を解いた. 一定の速度で動く質点の運動方程式を式(1), (2)に示す. 機首方位角は ψ とした.

$$\dot{x} = V \cos\psi + u(x, y) \tag{1}$$

$$\dot{y} = V \sin\psi + v(x, y) \tag{2}$$

風の速度は $u(x, y) = 0$, $v(x, y) = -V_{ws}y$ とする.

Zermelo 問題はハミルトニアンやラグランジュ係数を用いて解析的に求められる. 本研究では入力 ψ の時系列 $[\psi_1 \ \psi_2 \ \dots \ \psi_N]$ と終端時刻 t_f を未知パラメータとし, 運動方程式を拘束条件とし, 評価関数を

$$J = t_f \tag{3}$$

とする最適化問題とし, MATLAB の SQP(Sequential Quadratic Programming)ソルバー fmincon を用いて最適軌道を求めた. その結果と解析解^[2]を比較して妥当性

を評価した. 次の Table1 に最適軌道を求めた際の計算条件を示す. また, fmincon での最適軌道と解析解の比較を Figure1 に示す. グラフの座標軸は, 飛行力学での右手系に合わせてある. (以下同様)

Table 1. Calculation condition

Initial point	$x_0 = 3.66, y_0 = -1.86$
Final point	$x_f = 0, y_f = 0$
Relative Velocity	$V = 1$
Wind speed	$V_{ws} = 1$
Total Sample Number	$N = 100$

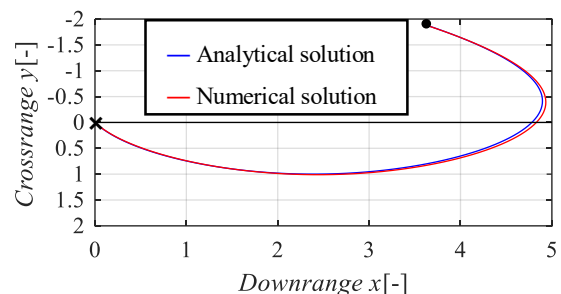


Figure1. Numerical solution and analytical solution.

Figure1 より解析解とほぼ一致する最適軌道が得られた. また, 飛行時間は解析解が 5.48[s], 最適軌道が 5.53[s]であり, 相対誤差は 1%以内に収まっている.

3. 経由点の指定

Zermelo問題の始点と終点を変えずに, 指定した経由点を通る最適軌道を求めた. このとき, 軌道が急激に変化しないように機首方位角 ψ に対して拘束をかけた. 以下に経由点を① $(x, y) = (3.5, 0)$, ② $(x, y) = (2, 1.5)$ に設定した場合の始点から終点までの軌道と機首方位角の時間履歴を示す. 計算条件は前節と同様である. また, 機首方位角 ψ の拘束条件として, $\Delta\psi \leq 1.14$ [deg]/division とした.

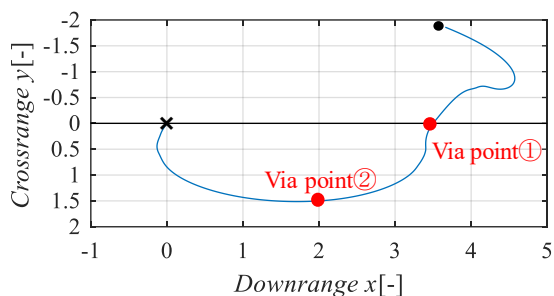


Figure2. Simulated trajectory with two via points.

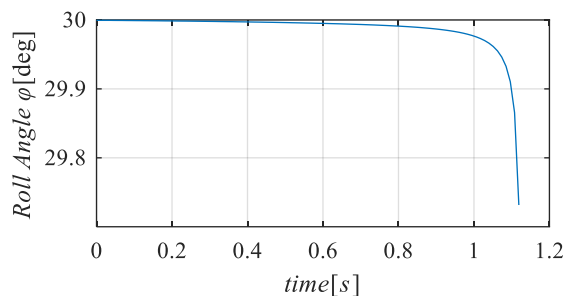


Figure5. Time history of Roll Angle.

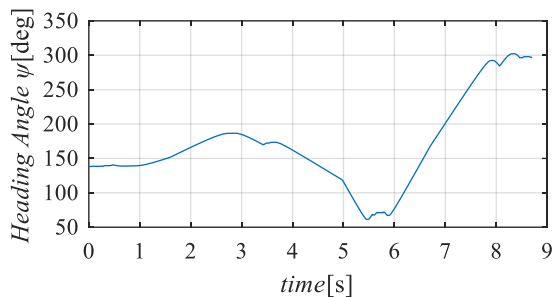


Figure3. Time history of Heading Angle.

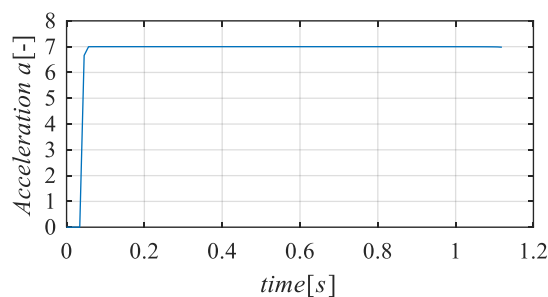


Figure6. Time history of Acceleration.

Figure2は始点から終点までの軌道である。指定した始点と終点，経由点を通っていることが分かる。またFigure3は機首方位角の時間履歴を示すグラフである。ψは連続的に変化しており，現実的な軌道が生成できている。

今回，ロール角φは $-30[\text{deg}] \leq \varphi \leq 30[\text{deg}]$ ，加速度aは $0 \leq a \leq 7$ と範囲に制限をかけた。

4. 機体の運動モデルの追加

第2,3節の最適化問題では機体速度は一定，加速度が生じないものとし，また機首方位角ψのみを用いて最適化した，本節では釣り合い旋回の関係式を考慮した機体の運動モデルに変更し，加速度a，機首方位角ψ，ロール角φとして以下のように与える^[1]。

$$\dot{\psi} = g \tan \varphi / V \quad (4)$$

$$\dot{V} = a \quad (5)$$

式(1)，(2)と上式2式を用いて解いた場合の軌道をFigure4，ロール角φの時間履歴をFigure5，加速度aの時間履歴をFigure6に示す。

5. 結論と今後の課題

・Zermelo問題を応用し，経由点を指定した場合の最短時間制御問題を解くことができた。今後は更に経由点の通過時刻の指定を行っていく。また，座標，時間のスケールをより現実のものに近い値に設定していく必要がある。

・Zermelo問題に対し，機体の運動モデルを追加し，最短時間制御問題を解くことができた。今後は迎角や高度なども考慮し，さらに詳細な運動モデルを考慮していく必要がある。

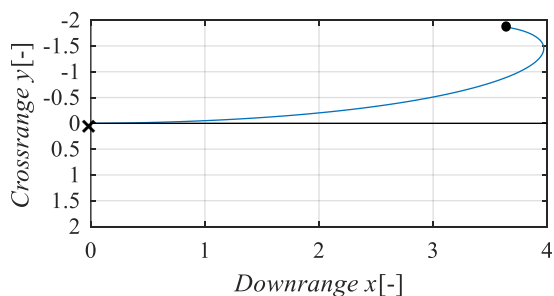


Figure4. Simulated trajectory.

6. 参考文献

- [1] 斎藤端：航空交通システムの開発プロセス，西南学院大学学術研究所，53(2007)，pp.341-381.
- [2] Arthur E Bryson：Applied optimal control，Washington Hemisphere Pub.Corp，1975，pp.76-80.
- [3] 土屋武司：軌道決定に対する最適化法，CARATSオープンデータ活用促進フォーラム，東京，2018.