磁場中のニュートリノのヘリシティ-フレーバー振動 Neutrino helicity-flavor oscillations in external magnetic fields

○原田健太郎¹, 二瓶武史² *Kentaroh Harada¹, Takeshi Nihei²

Abstract : Electromagnetic properties of neutrinos have been considered. A massive Dirac neutrino may have a nonvanishing magnetic moment μ_{ν} , which causes its spin to precess in magnetic fields. The experimental upper bound on the neutrino magnetic moment is $|\mu_{\nu}| < 2.6 \times 10^{-12} \mu_{\rm B}$ while the theoretical prediction in an extended standard model is $\mu_{\nu} \sim 10^{-19} \mu_{\rm B}$. We discuss oscillation of ultra high energy (~ 1EeV or more) neutrinos in external cosmic magnetic fields with the observed value $2.93 \,\mu$ G.

1. はじめに

ニュートリノのフレーバー振動が牧,中川,坂田によっ て提唱され [1],1998 年には,Super-Kamiokande 実験で この現象が観測された [2].また,ニュートリノが Dirac 型ならば磁気モーメントを持ち得,磁場中でスピン歳差運 動が起こると提唱された [3].加えて,超新星爆発により 放出されるニュートリノは星間を飛ぶが,この星間磁場が 近年の観測によりほぼ一様に 2.93 µG 程度であることが わかった [4].本研究では,ニュートリノのフレーバー振 動と磁場中でのヘリシティの歳差運動について議論する. ここではフレーバー固有状態でに対する時間発展方程式

$$i\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left|\nu_{\ell}^{h}(t)\right\rangle = H^{\mathrm{f}}\left|\nu_{\ell}^{h}(t)\right\rangle \quad (\ell = e, \mu, h = R, L) \quad (1)$$

におけるハミルトニアン H^{f} を求め、時間発展方程式を解 き、遷移確率を $P = \left| \left\langle \nu_{\ell}^{h}(t) \middle| \nu_{\ell'}^{h'}(0) \right\rangle \right|^{2}$ によって求める. 2. 真空中のニュートリノ振動

以下では簡単のために、フレーバーの数を2とし、ヘリ シティを区別する.フレーバー固有状態を質量固有状態 $\nu_{j,s}(j = 1, 2, s = +, -)$ の線形結合として

$$\begin{pmatrix} \nu_e^R \\ \nu_e^L \\ \nu_\mu^R \\ \nu_\mu^L \\ \nu_\mu^L \end{pmatrix} = U \begin{pmatrix} \nu_{1,+} \\ \nu_{1,-} \\ \nu_{2,+} \\ \nu_{2,-} \end{pmatrix}$$
(2)

のように表す.ただし, $\langle \nu_{j,s}|\nu_{j',s'}
angle=\delta_{jj'}\delta_{ss'}$ を課す. ここで

$$U = \begin{pmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta & 0\\ 0 & \cos\theta & 0 & \sin\theta\\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta & 0\\ 0 & -\sin\theta & 0 & \cos\theta \end{pmatrix}$$
(3)

である.真空中のハミルトニアンを *H*^f₀ としたとき,時間 発展方程式とエネルギー固有値方程式はそれぞれ

$$i\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left|\nu_{\ell}^{h}(t)\right\rangle = H_{0}^{\mathrm{f}}\left|\nu_{\ell}^{h}(t)\right\rangle, \ H_{0}^{\mathrm{f}}\left|\nu_{\ell}^{h}(t)\right\rangle = E_{\ell}\left|\nu_{\ell}^{h}(t)\right\rangle \ (4)$$

である.真空中でのハミルトニアンはフレーバー基底で

$$H_0^{\rm f} = \omega \begin{pmatrix} -\cos 2\theta & 0 & \sin 2\theta & 0 \\ 0 & -\cos 2\theta & 0 & \sin 2\theta \\ \sin 2\theta & 0 & \cos 2\theta & 0 \\ 0 & \sin 2\theta & 0 & \cos 2\theta \end{pmatrix}$$
(5)
である. ここで $\omega = \Delta m^2/4E$, $E = \sqrt{m_j^2 + |\mathbf{p}|^2}$,
 $\Delta m^2 = m_2^2 - m_1^2$ である. 式 (4) の時間発展方程式の解は

$$\nu_{\ell}^{h}(t) \rangle = \mathrm{e}^{-\mathrm{i}E_{\ell}t} \left| \nu_{\ell}^{h}(0) \right\rangle \tag{6}$$

である.したがって高エネルギー極限における遷移確率

$$P\left(\nu_e^L \to \nu_\mu^L\right) = P\left(\nu_e^R \to \nu_\mu^R\right) = \sin^2 2\theta \sin^2 \omega t \quad (7)$$

を得る.一方で,左手型から右手型,あるいは右手型から 左手型への遷移は起こりえない.

3. 物質中でのニュートリノのフレーバー振動



Fig. 1 Feynman diagrams for the charged current νe scattering (a) and the neutral current νe scattering (b).

Fig. 1の Feynman 図を評価することで物質の寄与を示 すハミルトニアン

$$H_{\rm mat}^{\rm f} = \lambda \operatorname{diag}(0, 1, 0, -1), \quad \lambda = G_{\rm F} n_e / \sqrt{2} \qquad (8)$$

が得られる.ここで G_F は Fermi 結合定数, n_e は電子の 密度である.ハミルトニアン (8) を見れば, 左手型のみが 影響を受けることがわかる.物質中での時間発展方程式

$$i\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left|\nu_{\ell}^{h}(t)\right\rangle = \left(H_{0}^{\mathrm{f}} + H_{\mathrm{mat}}^{\mathrm{f}}\right)\left|\nu_{\ell}^{h}(t)\right\rangle \tag{9}$$

¹ 日大理工·院(前)·物理 2 日大理工·教員·物理

の解を用いて,右手型と左手型のフレーバーの遷移確率が それぞれ求められる:

$$P(\nu_e^R \to \nu_\mu^R) = \sin^2 2\theta \sin^2 \omega t, \qquad (10)$$

$$P(\nu_e^L \to \nu_\mu^L) = \left(\frac{\omega}{\omega'}\sin 2\theta\right)^2 \sin^2 \omega' t.$$
(11)

ここで $\omega' = \sqrt{(\omega \cos 2\theta - \lambda)^2 + \omega^2 \sin^2 2\theta}$ である. 一方 で、物質中を伝播しても、ヘリシティは変わらない.

4. 磁場中でのニュートリノのヘリシティ - フレーバー

振動

結果的には、磁場の寄与を示すハミルトニアンは

$$H_{\mathrm{mag}}^{\mathrm{f}} = \begin{pmatrix} -\left(\frac{\mu}{\gamma}\right)_{ee}B_{\parallel} & \mu_{ee}B_{\perp} & -\left(\frac{\mu}{\gamma}\right)_{e\mu}B_{\parallel} & \mu_{e\mu}B_{\perp} \\ \mu_{ee}B_{\perp} & \left(\frac{\mu}{\gamma}\right)_{ee}B_{\parallel} & \mu_{e\mu}B_{\perp} & \left(\frac{\mu}{\gamma}\right)_{e\mu}B_{\parallel} \\ -\left(\frac{\mu}{\gamma}\right)_{e\mu}B_{\parallel} & \mu_{e\mu}B_{\perp} & -\left(\frac{\mu}{\gamma}\right)_{\mu\mu}B_{\parallel} & \mu_{\mu\mu}B_{\perp} \\ \mu_{e\mu}B_{\perp} & \left(\frac{\mu}{\gamma}\right)_{e\mu}B_{\parallel} & \mu_{\mu\mu}B_{\perp} & \left(\frac{\mu}{\gamma}\right)_{\mu\mu}B_{\parallel} \\ & (12) \end{pmatrix}$$

である [5]. ここで *B*_{||},*B*_⊥ はそれぞれニュートリノの運 動量方向に対して平行および垂直な成分の大きさである. 磁場中での時間発展は次式で与えられる:

$$i\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left|\nu_{\ell}^{h}(t)\right\rangle = \left(H_{0}^{\mathrm{f}} + H_{\mathrm{mag}}^{\mathrm{f}}\right)\left|\nu_{\ell}^{h}(t)\right\rangle. \tag{13}$$

磁場中でのニュートリノ振動を考えるとき,ここでは次 のような仮定を与える. 星間の場合を考えるので,物質の 寄与を無視する.また,高エネルギー極限をとるために, ニュートリノの運動量方向の磁場を無視する.太陽ニュー トリノの観測値 [6] から混合角は $\sin^2 \theta = 0.297$,質量差 の2 乗の値を $\Delta m^2 = 7.37 \times 10^{-5} \text{ eV}^2$ を用いる.磁気 モーメントは実験的な上限値 $\mu_{\nu} = 2.6 \times 10^{-12} \mu_{\text{B}}$ を用い る [7]. 通過する磁場の大きさは最近 IBEX で観測された 値 $B = 2.93 \mu$ G とする [4]. ニュートリノのエネルギー を $E = 10^{18} \text{ eV}$ とする.

左手型のミューニュートリノが左手型の電子ニュート リノに遷移する確率のグラフは Fig. 2 のようになる.ま た, ヘリシティのみに着目し, 左手型のニュートリノが右 手型のニュートリノに遷移する確率のグラフは Fig. 3 の ようになる.加えて,フレーバーとヘリシティの遷移確率 の周期 $T_{\rm f}, T_{\rm h}$ はそれぞれ,ハミルトニアン (5), (12) から $T_{\rm f} = \pi/\omega = 1.09 \, {\rm pc}$, $T_{\rm h} \simeq \pi/\mu_{ee}B = 455.6 \, {\rm pc}$ と見積も ることができる [8].

5. まとめ

ニュートリノのフレーバー振動が真空中で起こることを 確かめた.また,ニュートリノが磁気モーメントを持つ場 合に,ヘリシティの歳差運動が磁場中で引き起こされるこ とをみた.また,フレーバーの遷移やヘリシティ歳差運動



Fig. 2 The neutrino helicity-flavor change probability in an interstellar magnetic field ($\nu_{\mu}^{L} \rightarrow \nu_{e}^{L}$, 0 ~ 600 pc (top panel), and 0 ~ 10 pc (bottom panel)).



Fig. 3 The neutrino helicity-flip change probability in an interstellar magnetic field ($\nu^L \rightarrow \nu^R$, 0 ~ 600 pc).

の周期は、フレーバー基底でのハミルトニアンからそれぞ れ見積もることができる.

参考文献

- Z. Maki, M. Nakagawa, and S. Sakata, Prog. Theor. Phys. 28, 870 (1962).
- [2] Y. Fukuda *et al.*, Phys. Rev. Lett. **81**, 1562 (1998).
- [3] K. Fujikawa and R. Shrock, Phys. Rev. Lett. 45, 963 (1980).
- [4] E. J. Zirnstein *et al.*, The Astrophysical Journal 818, L18 (2016).
- [5] R. Fabbricatore, A. Grigoriev, and A. Studenikin, J. Phys. Conf. Ser. **718**, 062058 (2016).
- [6] M. Tanabashi et al., Phys. Rev. D98, 030001 (2018).
- [7] N. Viaux et al., Astron. Astrophys. 558, A12 (2013).
- [8] P. Kurashvili et al., Phys. Rev. D96, 103017 (2017).