

P-7

土壌の軟らかさを考慮した流水の浸食のシミュレーション

Simulation of Water Flow Erosion with Local Resistance

○百々 知史¹, 小紫 誠子²

Kazuhiro Dodo¹, Satoko Komurasaki²

Abstract: As a start of investigations of fluid dynamics processes in which large-scale fractal structures, such as coastlines, river networks and mountain ranges, are generated, a smaller-scaled erosion of a slope by a water flow is simulated and the developing process of surface shapes of the slope is studied. In the computation, the incompressible Navier-Stokes equations are solved by finite difference method using simple models, and a two-phase flow of air and water is computed. A simple erosion model is applied at the slope surface. The local erosion resistances of the slope surface are randomly distributed. The computational results show the time variation of the surface shape, which is affected by the local erosion resistances of the surface.

1. 緒論

河川網, 海岸線や大地の起伏など水が長い時間をかけて大地を削り形成する地形はフラクタルとなっていることがよく知られており, DLA モデルなど確率モデルを用いたフラクタルシミュレーションにより地形の形状解析も行われている(1)など. しかし, 地形のフラクタルパターン形成においては, 浸食や堆積を伴う水や風の流体力学的な作用が関与しており, より詳細なフラクタル地形の形状解析においてはこれらの作用を考慮する必要がある.

本研究では, 水と空気との二層流において流水による浸食作用のみを考慮した簡易的なモデルを用いて, 局所的な水路の発達について数値シミュレーションを行う.

2. 計算方法

(1) 支配方程式

本研究では, 流水の浸食作用を考慮した地形形成の過程を再現するため, 簡単なモデルを用いた流体シミュレーションを行う. 水の表現は本来複雑なモデルが必要だが, ここでは, 非常に小さな拡散係数をもつある移流拡散物質を用いる. この移流拡散物質の濃度 A によって比重差を与え, 比重の大きい流体を水, 小さい方を空気と考えることにする. そして比重差による浮力を考慮した, 式(1)~(4)の Navier-Stokes 方程式と式(5)の濃度 A についての移流拡散方程式を支配方程式として計算を行う. 計算領域全体に角度 θ の傾斜がついているものとして鉛直方向を $(-\sin \theta, \cos \theta, 0)$ とす

る. Fr と Sc はフルード数及び, シュミット数 (動粘度 / A の拡散係数) である.

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial t} + u \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + v \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} + w \frac{\partial \bar{p}}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \dots(1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{Re} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \frac{1}{Re} \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{Re} \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{A}{Fr^2} \sin \theta \dots(2)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{Re} \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \frac{1}{Re} \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{Re} \frac{\partial v}{\partial z} - \frac{A}{Fr^2} \cos \theta \dots(3)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{Re} \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \frac{1}{Re} \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{Re} \frac{\partial w}{\partial z} \dots(4)$$

$$\frac{\partial A}{\partial t} + u \frac{\partial A}{\partial x} + v \frac{\partial A}{\partial y} + w \frac{\partial A}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{Sc} \frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \frac{1}{Sc} \frac{\partial A}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{Sc} \frac{\partial A}{\partial z} \dots(5)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{x} &= (x, y, z), & \mathbf{v} &= (u, v, w) \\ \bar{p} &= \frac{\beta(A - A_0)}{\rho_0}, & A_0 &: \text{基準濃度} \end{aligned}$$

(2) 初期条件・境界条件

本計算では, Fig.1 のような計算領域を用いる. この領域を Fig.1 のように角度 $\theta = 5^\circ$ 傾ける. この計算領域を $130 \times 40 \times 100$ の直行不等間隔格子で分割し, 水の流れを捉えるために底面付近で多くの格子点を取る.

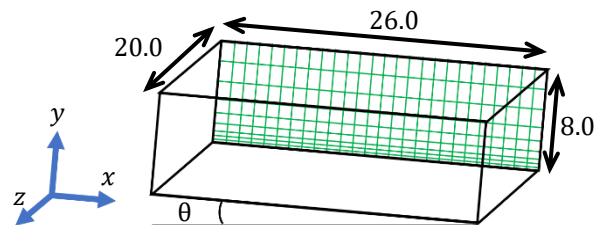


Fig.1 Computational domain

初期に Fig.2 のように濃度 $A = 1.0$ (水) と濃度 $A = 0.0$ (空気) を与える. 速度は $(u, v, w) = (0, 0, 0)$ から, 浸食を考慮しない状態で斜面を流れる水流の速度が一定になるまで計算し, それを初期速

1 : 日大理工・院 (前)・数学 2 : 日大理工・教員・数学

度とする。

境界条件は、底面はノンスリップ、天井はフリースリップ、境界の影響を抑えるために流れ方向(x方向)と側面(z方向)の境界について、それぞれ周期境界を課している。

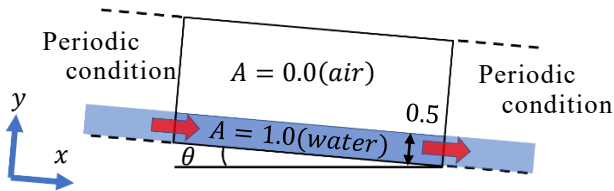


Fig.2 Boundary conditions.

実際の水と空気の物性を考慮し、レイノルズ数 Re は 1.3×10^4 (水領域) と 8.6×10^2 (空気領域) を用いる。 Fr は 1.012 ， Sc は A の拡散を抑えるため十分大きな値 10^{11} としている。

(3) 流水による浸食モデル

本計算では、流れる水の底面付近の速度に応じて底面を浸食するモデルを用いる。底面を削る深さ d は以下の式で与えられる。

$$d = C \left(\frac{\partial |U|}{\partial n} \right)^{\frac{3}{2}} \dots (6)$$

U : 底面に平行な速度， n : 底面に垂直な方向

C : 土壌の軟らかさを表す係数

実際の計算は、式(1)~(5)により流れ場、および A の計算し、その速度場を用いて浸食によって削られる深さ d を式(6)より計算する。そして d の値によって底面形状を変形させ、計算格子を再構成して浸食を表す。

(4) 数値解析法

支配方程式は差分法を用いて離散化し、フラクショナルステップ法によって解く。空間微分は2次精度中心差分を用い、非線形移流項は3次精度上流差分 (KKスキーム) により近似する。またオイラー陽解法により時間積分を行う。

3. 計算結果

土壌の軟らかさを表す係数 C は $9.9 \times 10^{-5} \leq C \leq 10.0^{-4}$ の範囲で Fig.3 のようにランダムなパターンで分布させる。分布パターンは $Case a, b, c$ の3通りとする。 $Case a$ と b はパターンが異なるがパターンのスケールが同じ、 $Case c$ は $Case a$ を

縮小し4つ並べ、パターンのスケールを小さくしたものの。パターンの違いが、地形の形成にどのような影響を与えるかを調べる。

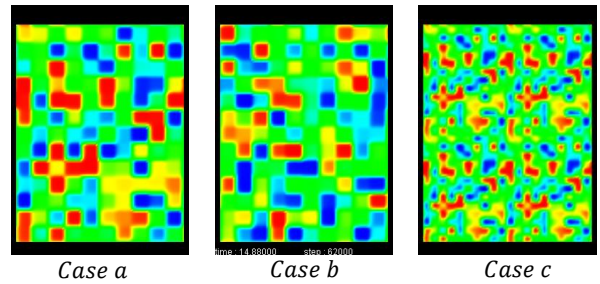


Fig.3 Distribution of erosion resistance coefficient C

Fig.4 は浸食開始から無次元時間 $time = 3.0$ 経過したあとの底面の形状を見たものである。黒くなるほどより深く浸食されていることを表している。

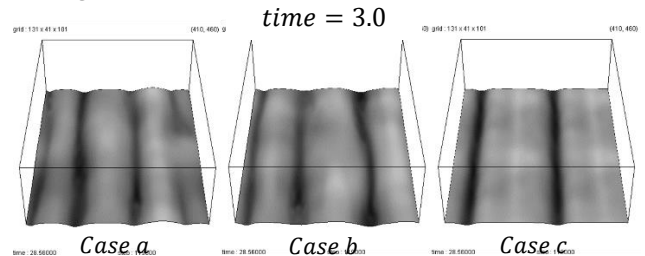


Fig.4 Eroded slope shape in each case

画像は (株) 計算流体力学研究所の Clef3D を用いて作成している。

4. まとめ

土壌の軟らかさを表す係数 C の分布パターンによって形成される地形の違いが現れた。しかしながら、大域的に見ると分布パターンのスケールが同じ $Case a$ と $Case b$ では、流れ方向に平行な方向性を持つ類似した地形が形成された。一方で、係数 C の分布パターンのスケールが小さい $Case c$ では、よりスケールの大きい地形が形成された。

5. 参考文献

- (1) 吉山昭, “発展する地理的パターンのモデル,” 論理地理学ノート, 8 (1992), pp. 111–118.
- (2) 河村哲也 他, “環境流体シミュレーション,” 朝倉書店 (2001).
- (3) 百々知史, 小紫誠子, “流水の浸食による斜面上の凹凸パターンの発達,” 日本流体力学会年会 2019 講演論文集(2019)