K-37

膜面宇宙構造物の低次元部分空間における補間手法の適用
Application of Interpolation Method for Low-Dimensional Subspace of Membrane Space Structure

○柳原大輔[1]，　山崎政彦[2]
*Daisuke Yanagihara[1], Masahiko Yamazaki[2]

Abstract: Membrane space structures have been attracting attention as a structural form of large space structures from the viewpoints of storability, lightness and extensibility, but they are susceptible to the influence of the terrestrial environment, and therefore, design support by numerical analysis is the main focus. However, the high computational cost of dynamic analysis due to high nonlinearity, such as the differential discontinuity of the stress-strain relationship of the membrane structure, is a problem. In this presentation, we show the effectiveness of interpolation between different parameters of low-dimensional subspaces to improve the efficiency of dynamic analysis and apply it to a simple model.

１．緒言

膜面構造物は収納性，軽量性，可展開性の観点から大型宇宙構造物の構造様式として注目されているが，地上環境の影響を受けやすいため，数値解析による設計支援が中心的である．しかしながら，膜構造に限らず柔軟構造物の解析は応力-歪関係の微分不連続の様な高い非線形性による動解析の高い計算コストが問題となっている．その為パラメータ変更毎にフルオーダモデルによる解析を行う場合，膨大な計算コストと解析時間を要することとなる．

そこで，未知のパラメータで解析を行う際に複数の既知のパラメータによる解析結果から運動表すモードを抽出し補間を行うことで，未知のパラメータにおける運動を推定し，解析の計算コストの削減を図る．ここではモードの抽出方法としては固有直交分解(POD: Proper Orthogonal Decomposition)を用いる．

POD により，構造物の挙動を表すモードの内挙動に関与するエネルギが高い順にモードを抽出し POD 基底を生成することで，高次の寄与率が低いモードを削除し，構造を低次元のみで表現することが可能となる．POD 基底は構造物の挙動を 99.9%表すことができるモードまで取り出すことが一般的である[1]．

しかしながら，POD 基底はパラメータ変更においてロバスト性を欠くことが知られている[2]．

そこで，低次モデルを生成後，パラメータ変更に対応可能とするため，低次元モデル同士を低次元空間内で補間し合うことで，パラメータ変更毎に新しい低次モデルを作成することなく，POD 基底を推定することが可能となる．しかしながら，POD 基底間を単に補間した際に生成される基底は低次元になる保証がないため，一度要素を接線空間上に射影し，接線空間上で補間した上で再射影[2]することにより，適切な要素の補間が可能となる．

本発表では，膜構造の様な微分不連続な非線形性を持つ構造物での POD 基底の補間方法の適応可能性を明らかにする為，動解析を効率化させる低次元の部分空間の異なるパラメータ間での補間を行い，簡易モデルに適用させ有効性を示す．第 1 ステップとして，簡易モデルにおいて 2 つのパラメータセットから作成した低次基底から新しいパラメータセットにおける低次基底を補間することを検証する．その結果を踏まえ，接線空間での各部分空間同士の補間精度の評価を行う．

２．接線空間上における補間計算手法

多様体上の要素の補間を行う際，POD により生成した POD 基底を 1 要素とし，ある低次元部分空間$\boldsymbol{S}_{i_0}$を基準として接線空間を構築する．パラメータ値が近い幾つかの低次元部分空間$\boldsymbol{S}_i$を選択し，次式のように対数射影により接線空間へ射影を行う[3]．なお，部分空間$\boldsymbol{S}_{i_0}$における低次基底を$\boldsymbol{\phi}_{i_0}$，部分空間$\boldsymbol{S}_i$における低次基底を$\boldsymbol{\phi}_i$，接線空間上における要素地点を表す行列を$\boldsymbol{\Gamma}_i$とする．

$$\left(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{\phi}_{i_0}\boldsymbol{\phi}_{i_0}^T\right)\boldsymbol{\phi}_i\left(\boldsymbol{\phi}_{i_0}^T\boldsymbol{\phi}_i\right)^{-1}=\boldsymbol{U}_i\boldsymbol{\Sigma}_i\boldsymbol{V}_i^T \ \text{(Thin SVD)} \quad (1)$$

$$\boldsymbol{\Gamma}_i=\boldsymbol{U}_i\tan^{-1}(\boldsymbol{\Sigma}_\mathrm{i})\boldsymbol{V}_i^T \quad (2)$$

接線空間上で適切な多変量補間を行い, 次式のように多様体へ再射影を行う[3]. なお，N_Rは事前に計算された要素の数を表す.

$$\boldsymbol{\Gamma}_{N_R}=\boldsymbol{U}_{N_R}\boldsymbol{\Sigma}_{N_R}\boldsymbol{V}_{N_R}^T \ \text{(Thin SVD)} \quad (3)$$

$$\boldsymbol{\phi}_{N_R}=\boldsymbol{\phi}_{i_0}\boldsymbol{V}_{N_R}\cos\left(\boldsymbol{\Sigma}_\mathrm{N_R}\right)+\boldsymbol{U}_{N_R}\sin\left(\boldsymbol{\Sigma}_\mathrm{N_R}\right) \quad (4)$$

１：日大理工・学部・航宇　２：日大理工・教員・航宇

３．数値シミュレーションと評価方法

接線空間上への射影と接線空間上での補間精度を検証するため, Figure 1 に示す 5 次元の剛体リンクによる簡易モデルにおいて 2 つのパラメータセットから 2 つの POD 基底を事前計算により求め, 内挿関係にある第 3 のパラメータセットにおける低次基底の補間を行い, 真値と比較することでその補間精度の検証を行う.

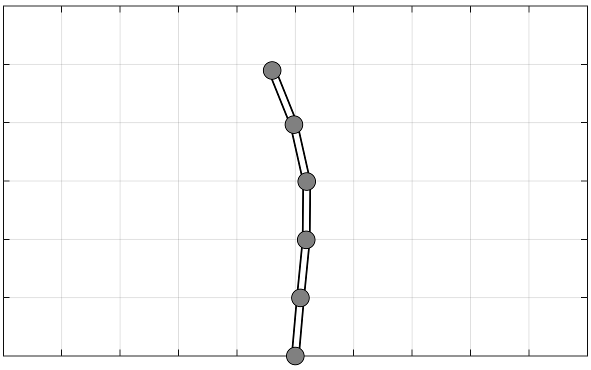

Figure 1. Five-dimensional rigid link model

評価手法は次式に示すモード信頼性基準(MAC)を用いる．モードが完全に一致している場合は「1」，直交している場合は「0」となる．なお，ここで比較する低次基底を$\boldsymbol{\phi}_a, \boldsymbol{\phi}_b$と表すこととする.

$$\mathrm{MAC}(\boldsymbol{\phi}_a, \boldsymbol{\phi}_b) = \frac{|\boldsymbol{\phi}_a^T \boldsymbol{\phi}_b|^2}{(\boldsymbol{\phi}_a^T \boldsymbol{\phi}_a)(\boldsymbol{\phi}_b^T \boldsymbol{\phi}_b)} \qquad (5)$$

2 つの低次基底$\boldsymbol{\phi}_1, \boldsymbol{\phi}_2$より補間した低次基底$\boldsymbol{\phi}_s$とそのパラメータにおける真値$\boldsymbol{\phi'}_s$の MAC による比較を行う．対応するモード間で MAC が限りなく 1 に近づいていることを示し，真値と補間による推定値の相対誤差を示すことで補間精度を確かめる.

４．結言

簡易モデルを用い，2 つの異なるパラメータセットにおける 2 つの POD 基底を事前計算により求め, 内挿関係にある新しいパラメータセットにおける低次基底の補間を行い，接線空間上での補間が可能性について示した.

５．参考文献

[1] 平 邦彦：「固有直交分解による流体解析: 1. 基礎」，ながれ，Vol.30，No.2，2011

[2] David Amsallem, Julien Cortial, Kevin Carlberg and Charbel Farhat : "A method for interpolating on manifolds structural dynamics reduced-order models", International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol.80, No.9, pp.1241–1257, 2009

[3] David Amsallem and Charbel Farhat : "Interpolation Method for Adapting Reduced-Order Models and Application to Aeroelasticity",AIAA Journal, 2008