O-5

コーシー条件面法を用いた磁場反転配位セパラトリックス形状の再構成

Separatrix shape reconstruction of Field-Reversed Configuration Plasmas by Cauchy Conditioned Surface Method

○吉野智哉[1]，浅井朋彦[2]，髙橋努[2]
*Tomoya Yoshino[1], Tomohiko Asai[2], Tsutomu Takahashi[2]

Abstract: An excluded flux method is mainly used in a plasma shape analysis of field-reversed configuration (FRC) plasmas. An error of the plasma radius is large at plasma end regions, because of the ununiformity of external magnetic field strength. To develop a separatrix shape measurement, the Cauchy conditional surface (CCS) method is applied. The CCS method is very popular for Tokamak poloidal plasma shape measurement.

１．はじめに

磁場反転配位（FRC）のプラズマの形状（セパラトリックス形状）解析では，排除磁束法が用いられている．この解析法で求められる排除磁束半径$r_{\Delta\phi}$は，無限長の円柱プラズマを仮定するため，プラズマ端部などの磁場が非一様な領域では磁力線の形状の凹凸の状況により求めたいセパラトリックス半径より大きく（凹形状）あるいは小さく（凸形状）計算されてしまう．

これらの排除磁束計測法の欠点を補うために，トカマクなどの磁気閉じ込め装置などの最外殻磁気面を決定する方法である，コーシー条件面（CCS）法[2]をFRCプラズマの形状計測法として利用できるか検討してきた．本研究では，FRCプラズマの生成合体衝突実験装置であるFAT-CM装置の生成部[1]において適用し，実際の装置の境界条件（計測可能な実験データ）で，この形状解析法が利用可能かどうかかを検討する．

２．コーシー条件面 (CCS) 法

トカマクなど軸対称系の平衡方程式であるGrad-Shafranov方程式[3]

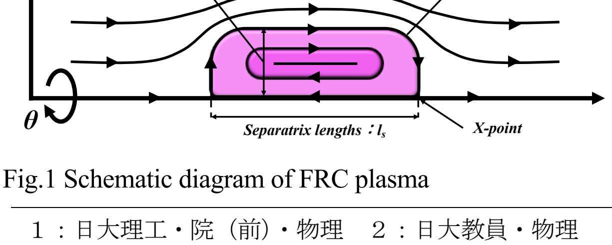

Fig.1 Schematic diagram of FRC plasma

$$\nabla\cdot\left(\frac{\nabla\psi}{r^2}\right)=-\frac{\mu_0 j_\theta}{r} \tag{1}$$

は，第1種及び第2種完全楕円積分$K(k), E(k)$を用いたGreen関数

$$G_{(x,y)}\equiv G_{(r_x,z_x,r_y,z_y)}\equiv\frac{\sqrt{r_x r_y}}{k}\left\{\left(1-\frac{k^2}{2}\right)K(k)-E(k)\right\} \tag{2}$$

$$※\ k^2\equiv 4r_x r_y/\left\{\left(r_x+r_y\right)^2+\left(z_x-z_y\right)^2\right\}$$

を用いると，次のような境界積分方程式に変換できる．

$$\sigma\psi_{(x)}=\oint_{\partial\Omega}\left(\psi_{(y)}\nabla G_{(x,y)}-G_{(x,y)}\nabla\psi_{(y)}\right)\frac{dS_{(y)}}{{r_y}^2}+\int_{\Omega}G_{(x,y)}\mu_0 {j_\theta}_{(y)}\frac{dV_{(y)}}{r_y} \tag{3}$$

$$※\ \sigma\equiv\{8\pi^2(x\subset\Omega), 4\pi^2(x\subset\partial\Omega), 0(x\subset\Omega+\partial\Omega)\}$$

ここで$\Omega, \partial\Omega$はそれぞれ，電流源を含む全領域，その領域を囲む境界であり，この領域の選び方によって様々な関係式を導き出せる．FRCプラズマの場合，領域Ωをプラズマを除く領域，境界$\partial\Omega$をセパラトリックス面と置くとプラズマ外部領域の磁束関数の解析が可能となる．

境界積分方程式法は，Table1に示す領域①,②,③についての境界積分方程式を連立して解くとセパラトリックス面を含む磁束関数の分布を得ることができる．しかし，全ての境界での周回積分を要することから，十分な数の計測点がない場合に再構成精度が悪くなる．

そこで, 計測点数に制限がある$\partial\Omega_s$上で最小二乗法を用いて，境界積分を回避し仮想的な閉曲面上でのコーシー条件（磁束と磁束密度）を計測信号から計算する領域④の積分方程式と，領域⑤の境界積分方程式とを連立することによって，同様に磁束関数分布を得ることができる．これがコーシー条件面(CCS)法である．

１：日大理工・院（前）・物理　２：日大教員・物理

Table.1 The relation betoween the region of treatment and the constitutive equations

	境界積分方程式法			CCS 法	
方程式	①	②	③	④	⑤
解析領域	$\Omega_{\infty-s}$	Ω_{s-p}	Ω_{s-p}	$\Omega_{\infty-p}$	$\Omega_{\infty-p}$
計測面	$\partial\Omega_s$	$\partial\Omega_s$	$\partial\Omega_p$	$\partial\Omega_s$	$\partial\Omega_p$
電流源	○	×	×	○	○
境界積分	○	○	○	×	○

３．磁場計算データでの CCS 法を用いた再構成

CCS 法を用いて FAT-CM 生成部の FRC プラズマのセパラトリックス形状の再構成を行った. Fig. 2 は理想的な境界を選び，磁場計算データを基に再構成した結果である．図中には，再構成を行うために利用した磁束, 磁束密度の位置を示している. 放電管表面の磁束, 磁束密度の他に，実験装置上計測器を置くことができない$-1 \le z \le -0.8, 0.8 \le z \le 1$の位置，$r = 0$の位置は真空放電データの磁束，磁束密度を用いる，電流源は，各シータピンチコイルに流れている電流を用いる．CCS 法の理想的な境界およびその境界点を選択すると，入力データに対するセパラトリック形状が再現できることがわかる．FRC プラズマのような単連結プラズマにも応用が可能なことが確認された.

４．実験データでの CCS 法を用いた再構成

CCS 法を用いて FAT-CM 生成部の FRC プラズマのセパラトリックス形状の再構成を行った．Fig.3 は，実験データとして実際に利用できるデータのみでCCSの再構成を行った結果である．放電管上の磁束密度は磁気プローブ 14 点の信号を補間し 27 点とし，放電管上の磁束$\phi(z)$は，計測している磁束ループ$\phi(z_0)$，磁束密度$B_z(z_0)$のデータと補間した磁束密度$B_z(z)$の値から，シータピンチコイルを磁束保存管であることを仮定して(4)式から推定する値を用いる.

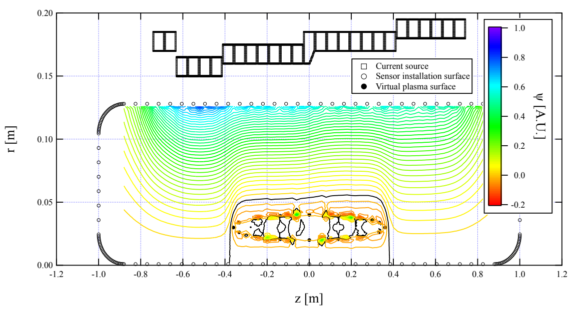

Fig.2 Reconstructed separatrix shape by CCS method and boundary conditions.

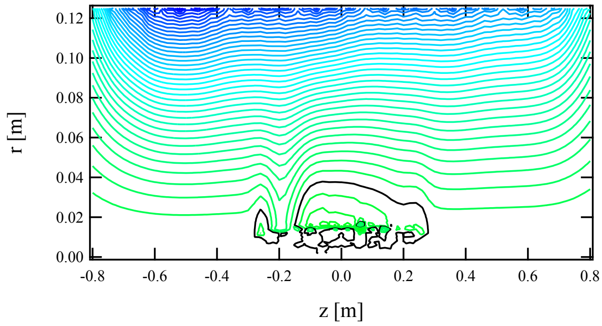

Fig.3　Reconstructed separatrix shape by CCS method using experimental data

$$\phi_{(z)} = \phi_{(z_0)} + \pi B_{z(z_0)} \left({r_{w(z_0)}}^2 - {r_t}^2 \right) - \pi B_{z(z)} \left({r_{w(z)}}^2 - {r_t}^2 \right) \tag{4}$$

ここで，z_0は磁束ループの置かれた位置，zは推定位置，r_tは放電管半径，$r_w(z)$はコイル半径である．電流源は，ロゴスキーコイルを用いて計測したシータピンチコイルの電流値を用いた. 再構成された Separatrix 形状の分布は，およそ$z = -0.2$ [m]の位置で分裂したような形状となった．考えられる主な原因として電流を計測していたロゴスキーコイルの信号のノイズレベルが非常に高いこと，磁束，磁束密度の補間法のエラーが問題と思われる.

５．まとめ

CCS 法を用いて磁場反転プラズマのような単連結プラズマに対しても最外殻磁気面であるセパラトリックス形状を決めることができることがわかった. ただし，理想的な境界，およびコーシー条件として利用できる境界値の推定が重要である．現在，S/N 比の大きなロゴスキーコイルの自作，並びに実験データをもとにした最適な補間法の検討を行っている．また，計測ができない点の磁束，磁束密度の推定法並びに，プラズマの平衡条件などの活用を考えている.

６．参考文献

[1] T. Asai, T. Takahashi, et al, *Nuclear Fusion* **59**, 056024, pp.1–6, (2019)

[2] K. Kurihara, et al, “The Cauchy-Condition Surface (CCS) Method for Plasma Equilibrium Shape Reproduction”, J. Plasma Fusion Res. Vol.91, No.1, pp.10-47, Year.2015

[3] J. A. Wesson, “Tokamaks”, Clarendon Press, Oxford, Year.2003