

## 凹凸のある地表を流れる水の浸食の数値シミュレーション Simulation of Water Flow Erosion on a Surface with Roughness

○菅原拓音<sup>1</sup>, 小紫誠子<sup>2</sup>

Takuto Sugawara<sup>1</sup>, Satoko Komurasaki<sup>2</sup>

**Abstract:** In order to investigate a surface forming by water flow erosion, simulate water flow on a surface with randomly roughness. In the computation, the incompressible Navier-Stokes equations are solved by finite difference method using simple models, and a two-phase flow of air and water is computed. Also, in the surface, a simple water flow erosion model is applied, consider difference of the surface forming by slope and amount of water.

### 1. 緒論

山岳の地形や河川網の多くが、フラクタル構造を成していることはよく知られている。これに着目した研究として、フラクタルシミュレーションによって地形の形状解析を試みた<sup>(1)</sup>などものがあるが、より詳細な地形形状の解析については浸食や堆積を伴う流体力学的な作用を考慮する必要がある。

そこで本研究では、水が流れる斜面上において初期にランダムな凹凸を与え、流す水の量を変化させて形成される地形の違いについて、流体の数値シミュレーションにより考察する。計算においては、簡単なモデルを用いて水と空気の間層流を取り扱い、流水による浸食作用を簡易的に考慮する。

### 2. 計算方法

#### (1) 支配方程式

本研究では、簡単なモデルを用いた数値シミュレーションによって、流水の浸食作用により地形が形成される過程を再現する。水の表現は通常自由表面の取り扱いなど複雑なモデルが必要だが、ここでは、非常に小さな拡散係数をもつある移流拡散物質の濃度  $A$  によって比重差を与え、比重の大きい流体を水、小さい方を空気と考えることにする。さらに比重差による浮力を考慮した、式(1)~(4)のナビエ・ストークス方程式と式(5)の濃度  $A$  についての移流拡散方程式を支配方程式として計算を行う。計算領域全体に角度  $\theta$  の傾斜がついているものとして鉛直上向きを  $(-\sin \theta, \cos \theta, 0)$  とする。  $Fr$  と  $Sc$  はフルード数及び、シュミット数 (動粘度 /  $A$  の拡散係数) である。

$$\left(\frac{\partial \bar{p}}{\partial t} + u \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + v \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} + w \frac{\partial \bar{p}}{\partial z}\right) + \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \\ & = -\frac{\partial p}{\partial x} + \left(\frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{Re} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \frac{1}{Re} \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{Re} \frac{\partial u}{\partial z}\right) + \frac{A}{Fr^2} \sin \theta \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \\ & = -\frac{\partial p}{\partial y} + \left(\frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{Re} \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \frac{1}{Re} \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{Re} \frac{\partial v}{\partial z}\right) - \frac{A}{Fr^2} \cos \theta \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \\ & = -\frac{\partial p}{\partial z} + \left(\frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{Re} \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \frac{1}{Re} \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{Re} \frac{\partial w}{\partial z}\right) \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial A}{\partial t} + u \frac{\partial A}{\partial x} + v \frac{\partial A}{\partial y} + w \frac{\partial A}{\partial z} \\ & = -\frac{\partial p}{\partial z} + \left(\frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{Re \cdot Sc} \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \frac{1}{Re \cdot Sc} \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{Re \cdot Sc} \frac{\partial w}{\partial z}\right) \end{aligned} \quad (5)$$

$\left(\frac{A}{Fr^2} \sin \theta, -\frac{A}{Fr^2} \cos \theta, 0\right)$ : 浮力,  $\bar{\rho} = \frac{\beta(A - A_0)}{\rho_0}$ : 密度,

$A$ : 移流拡散物質の濃度,  $A_0$ :  $A$  の基準濃度

#### (2) 初期条件・境界条件

本計算では、Fig.1 に示す長さ  $5.00 \times 1.25 \times 5.00$  (m) の底面に凹凸のある計算領域を、水の流れをできるだけ精度よく捉えるために底面付近で格子をより細かく分割した  $64 \times 32 \times 64$  の不等間隔格子を用いる。傾斜角度  $\theta$  は  $5^\circ$  とする。初期に斜面上に与えたランダムな凹凸パターンを Fig.2 に示す。高低を色で表し、黒いほどより低く、白いほどより高いことを表している。

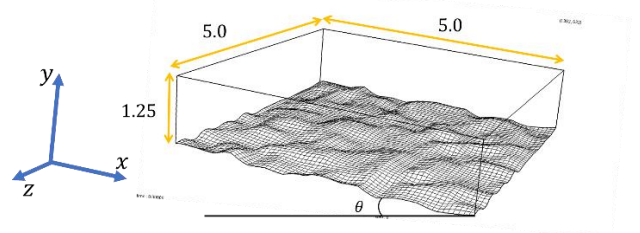


Fig.1 Computational domain

1 : 日大理工・院 (前)・数学、 2 : 日大理工・教員・数学

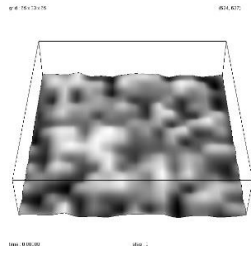


Fig.2 Initial topographical pattern

Fig.3 のように濃度  $A = 1.0$  (水領域) と濃度  $A = 0.0$  (空気領域) を与え、浸食無しで流れが定常状態に近い状態に落ち着くまで計算を行い、その流れ場を初期条件として浸食を考慮した水の流れの計算を開始する。境界条件は、底面はノンスリップ、上方境界はフリースリップ、流れ方向( $x$ 方向)と側面( $z$ 方向)の境界についてはそれぞれ周期境界条件を課している。

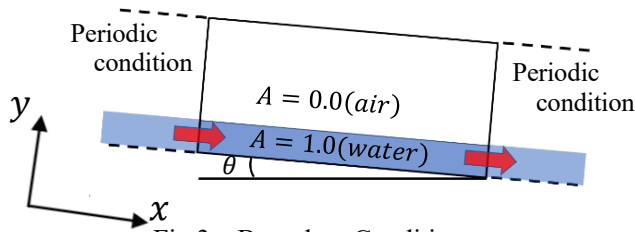


Fig.3 Boundary Conditions

### (3) 流水による浸食モデル

本計算では、流れる水の速度に応じて底面を浸食するモデルを用いる。底面を削る深さ  $d$  は以下の式で与えられる。

$$d = c \left( \frac{\partial |U|}{\partial n} \right)^{3/2} \quad (6)$$

$U$ : 底面に平行な速度,  $n$ : 底面に垂直な方向

$C$ : 土壌の硬さを表す係数

実際の計算では、各時間ステップにおいて計算される速度場から、式(6)を用いて浸食によって削られる深さ  $d$  を計算する。そして  $d$  の値によって底面形状を変形させ計算格子を再構成する。

### (4) 数値解析法

支配方程式は差分法を用いて離散化し、フラクショナルステップ法によって解く。空間微分は2次精度中心差分を用い、非線形移流項は3次精度上流差分(KKスキーム)により近似する。またオイラー陽解法により時間積分を行う。

### 3. 計算結果

初期の水の高さが流れにどのような影響を及ぼすか考察するために、水の平均深さを *case a* : 約 0.16 (m),

*case b* : 約 0.12 (m), *case c* : 約 0.08 (m) として(Fig.4), 流れる水の深さ(水量)による違いが形成される地形に与える影響を調べる。なお、土壌の硬さを表す係数は  $C = 5.0 \times 10^{-5}$  とする。

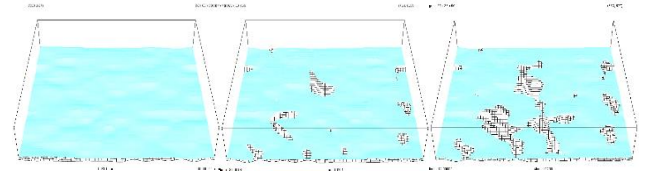


Fig.4 Water height Patterns

Fig.5 は浸食開始から無次元時間  $time = 2.90$  経過した後の底面の形状を見たものである。黒くなるほどより深く浸食されていることを表している。

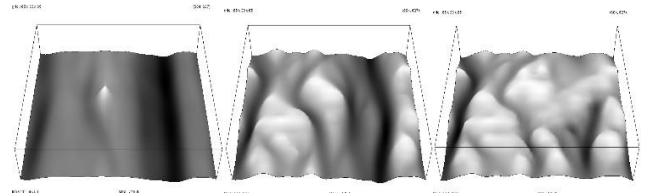


Fig.5 Eroded slope shape in each case

画像は(株)計算流体力学研究所の Clef3D を用いて作成している。

### 4. まとめ

水が流れる斜面の浸食による地形の発達において、初期にランダムな凹凸を斜面に与えた場合には、流れる水の量によって形成される地形が異なることが分かった。ここで得られた地形形状が、初期の凹凸のランダム性にどの程度依存しているかについては、さらなる考察が必要である。

### 5. 参考文献

- (1) 吉山昭, “発展する地理的パターンのモデル,” 論理地理学ノート, 8 (1992), pp. 111-118.
- (2) 河村哲也 他, “環境流体シミュレーション,” 朝倉書店 (2001).
- (3) 泉典洋, “河川網の形成,” ながれ 24 (2005), pp.5-14.
- (4) 佐伯亜由美, 岡村誠, “流体浸食モデルによる河川網形成シミュレーション,” 九州大学応用力学研究所所報 No.139(2010), pp.105-109.
- (5) 百々知史, 小紫誠子, “流水の浸食による斜面上の凹凸パターンの発達” 日本流体力学会 年会 2019 講演論文集 (2019).