

二種の格子を用いた溶岩流の数値シミュレーション Simulation of a Lava Flow using Two Sets of Grid System

○曾根 宏幸¹, 小紫 誠子²

Hiroyuki Sone¹, Satoko Komurasaki²

Abstract: In order to investigate the mechanism of the shape formation of a volcano, lava flows having different viscosities are simulated solving the incompressible Navier-Stokes equations, the energy equation and a convection diffusion equation by a finite difference method. It is well known that the basic shape of a volcano is characterized by the lava viscosity. To compute the lava flow that erupts from a circular vent, the government equations are solved in two sets of grid system. The computational results show the different characters of lava flows depending on viscosity. While the low viscous lava quickly spreads on the surface, the high viscous lava changes its shape very slowly.

1. 緒論

火山活動の調査や、火山噴火による災害の被害予想、溶岩流による地形の変遷等、溶岩流に関する研究は広く行われている。実際の火山の基本的な形状を特徴づける大きな要因は溶岩の粘性であると考えられており、溶岩の粘性は温度によって大きく変化するため、火山の形状形成過程においては、時間と共に冷却されて粘性が増大する効果も考慮しなければならない。

本研究では、溶岩流がつくる形状パターンへの粘性の影響について解析を行うため、簡単なモデルを用い、種々の異なる粘性流体の流れを計算する。また、円型の噴出孔から噴出し等方的に広がる溶岩流を捉えるため、二種の格子で領域を分割して、数値計算を行う。

2. 計算方法

(1) 支配方程式

本研究では、溶岩流を簡単なモデルで取り扱い、数値シミュレーションを行う。溶岩と空気の表現のために、ある移流拡散物質 S を導入する。そして、 S の濃度によって流体に比重差を与え、比重の大きい流体を溶岩流体、小さい方を空気と考えることにする。式(1)~(4)は非圧縮性ナビエ・ストークス方程式、式(5)はエネルギー方程式で T は温度を表し、式(6)は S の移流拡散方程式である。 Pr はプラントル数、 Sc はシュミット数(動粘度/ S の拡散係数)であり、それぞれ T と S の拡散のし難さを表している。

$$\frac{1}{\rho_0} \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + u \frac{\partial \rho}{\partial x} + v \frac{\partial \rho}{\partial y} + w \frac{\partial \rho}{\partial z} \right) + \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) = 0 \quad \dots (1)$$

$$= -\frac{\partial p}{\partial x} + \left(\frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{Re} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \frac{1}{Re} \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{Re} \frac{\partial u}{\partial z} \right) \dots (2)$$

$$= -\frac{\partial p}{\partial y} + \left(\frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{Re} \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \frac{1}{Re} \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{Re} \frac{\partial v}{\partial z} \right) - \frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} g \quad \dots (3)$$

$$= -\frac{\partial p}{\partial z} + \left(\frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{Re} \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \frac{1}{Re} \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{Re} \frac{\partial w}{\partial z} \right) \dots (4)$$

$$= \frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{Pr \cdot Re} \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \frac{1}{Pr \cdot Re} \frac{\partial T}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{Pr \cdot Re} \frac{\partial T}{\partial z} \quad \dots (5)$$

$$= \frac{\partial S}{\partial t} + u \frac{\partial S}{\partial x} + v \frac{\partial S}{\partial y} + w \frac{\partial S}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{Sc \cdot Re} \frac{\partial S}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \frac{1}{Sc \cdot Re} \frac{\partial S}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{Sc \cdot Re} \frac{\partial S}{\partial z} \quad \dots (6)$$

T : 温度 S : 溶岩

(2) 初期条件・境界条件

計算領域としては、Fig.1のように半径8高さ2の円柱形状の計算領域を考え、3次元円筒格子の外側格子と、その中心部を埋める直交格子を变形した3次元格子から成る内側格子の二種の格子で領域分割を行う。外側格子は、半径方向、鉛直方向、周方向を軸とした80×20×160の不等間隔格子で分割する。内側格子は外側格子の座標に基づいて超限補間を行い变形した直交格子であり、40×20×40の格子で分割する。

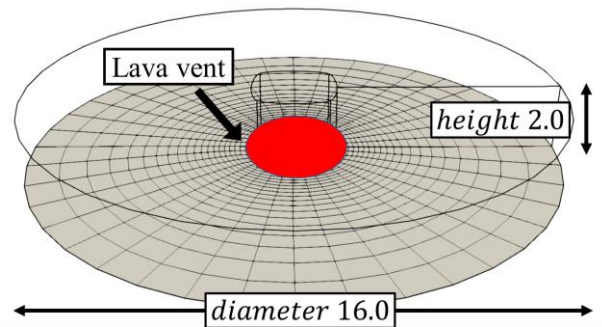


Fig.1 Computational domain

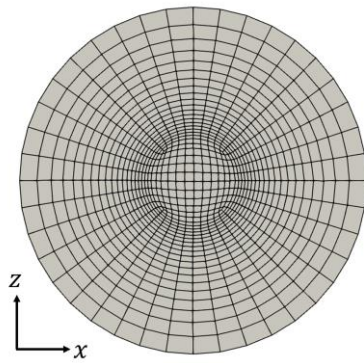


Fig.2 Computational grid

境界条件として、溶岩噴出口において $S = 1.0$ (溶岩), $T = 1.0$ を与える. また, 溶岩噴出速度として Fig.3 に示すような分布で v を与える. その他の境界については, 底面はノンスリップ, 天井はフリースリップ, 側面は速度勾配 0 としている. 溶岩噴出口以外は初期条件として $S = 0$ (空気), $T = 0$ とする.

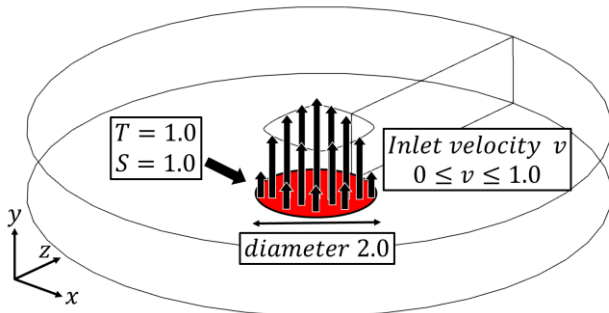


Fig.3 Computational domain. Lava erupts from a vent colored red in the bottom.

(3) 溶岩流モデルにおけるパラメータの数値

空気と溶岩の各々の領域に対して, Table 1 のように各パラメータを設定する. 各時間ステップでこれらのパラメータを設定する. レイノルズ数 Re は溶岩領域内で一定となるよう設定し, S の拡散し難さを表すシュミット数 Sc は十分大きくとる.

Table 1 Parameters for air and lava flows

	Air	Lava
Re	100	100, 5
Pr	0.7	10
Sc		10^8

(4) 数値解析法

支配方程式は差分法を用いて離散化し, フラクショナルステップ法を使用して式を解く. 空間微分は 2 次精度中心差分を用い, 非線形移流項は 3 次精度上流差分 (KK スキーム) により近似する. 時間積分においては, 本研究では粘性の高い溶岩流を扱うため, クランク・ニコルソン陰解法を用いる.

3. 計算結果

噴出する溶岩の粘性による溶岩流の流れ場を確認するため, ある一定時間経過後の溶岩流の広がりについて解析する.

Figs.4~5 は, それぞれ溶岩噴出開始から暫く経った, 無次元時間 $time = 0.6$ を経過したものである.

Fig.4 は $S = 0.5$ の等値面を空気と溶岩流の界面と考え, この等値面によって溶岩流を可視化したものであり, Fig.5 は中心を通る鉛直断面図における温度 T の分布で, 色が赤いほど高温を表す.



Fig.4 Contour of the lava (left: $Re = 100$, right: $Re = 5$)

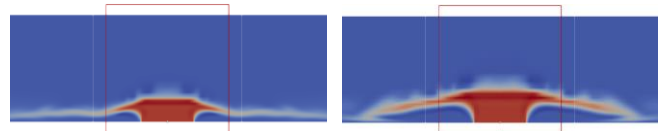


Fig.5 Temperature distribution in lava flow (left: $Re = 100$, right: $Re = 5$)

なお, ここで示した計算結果の可視化の図は, 可視化ソフトウェア Paraview を用いて作成している.

4. まとめ

粘性の異なる溶岩流について, 簡単なモデルを用いた数値シミュレーションを行い, 噴出口から噴出する溶岩流の流れについて比較を行った. その結果, 溶岩の粘性が低い場合には, 溶岩は噴出後直ちに地面上を水平に広がる様子が見られた. 一方で溶岩の粘性が高い場合には, 噴出した溶岩は, 粘性が低い場合と比べて暫く上昇し, 流れに横方向への広がりが抑制される様子がみられた.

5. 参考文献

[1] 河村哲也, “数値シミュレーション入門” サイエンス社, (2006)
 [2] 水山高久 他, “溶岩流のシミュレーションと対策手法” 新砂防 Vol. 42, No. 4(165), (1989)
 [3] 曾根宏幸, 小紫誠子 “温度によって変化する粘性を考慮した溶岩流の数値シミュレーション” 第 33 回数値流体力学シンポジウム講演論文集, (2019)