

天然ゴム系積層ゴムの水平・上下連成部材モデルの構築に関する研究

その1. 部材モデルの提案

Study on construction of mechanical model for behavior of natural rubber bearings
under combined loads of compression and shear

Part1. Proposal of mechanical model

○藤生浩純³, 秦一平¹, 阿久戸信宏¹, 郭鈞桓²*Hirozumi Fujii³, Ippei Hata¹, Nobuhiro Akuto¹, Chunhuan Kuo²

Abstract: In this paper, we propose a new model on natural rubber bearing. This model is a mechanical model that defines vertical deformation and has a coupled action that allows consideration of simultaneous input of horizontal and vertical seismic motion in two directions.

1. はじめに

免震構造の超高層建築物において地震動が入力されて建物が応答する場合、建物基礎部に設置される免震部材に引抜力や圧縮力（以下、「面圧変動」）が作用する。特に平面計画上の隅角部や周辺部に設置される積層ゴムの面圧変動が顕著であり、水平性能に影響を及ぼすことは既往の研究^[1]で把握されているが、時刻歴応答解析において時々刻々と変動する面圧に対して水平性能の変動を考慮することは要求されていない。また、面圧変動に応じて水平性能を変動させて実挙動を精度よく解析することが可能なモデルの提案^[1]はなされているが、地震動を水平・鉛直2方向へ同時入力して評価を行う検討はほとんどなされていない。例えば、既往研究として瓜生ら^[2]は、天然ゴム系積層ゴムの面圧に応じた水平剛性の変動やせん断変形下での鉛直剛性を理論式や試験により評価しているが、力の釣合式において鉛直変形を定義しない力学モデルを用いて検討している。既往研究^{[3][4]}は一定面圧下や静的な検討による評価に留まっており、地震波入力によって時々刻々と変動する面圧の影響を正確に検討できておらず、面圧変動が時刻歴応答解析結果に与える影響をシミュレーション解析で把握するのは重要であると考えられる。

そこで、本研究では前述した研究背景より、天然ゴム系積層ゴムを対象として、積層ゴムの水平・鉛直性能の連成作用を考慮した部材モデルを提案する。

2. 既往の部材剛性評価式について

既往の水平部材剛性評価式には例えば Haringx^[1]が提案した(1)式がある。この評価式は、積層ゴムに圧縮荷重 P 及びせん断力 F が作用した時のせん断変形と曲げモーメントによる回転角を用いたゴムの座屈問

題を解くことより導出される。瓜生らはテイラー展開により(1)式を3次項まで求めて整理した(2)式を得ている。既往の面圧依存性を考慮した鉛直部材剛性評価式には瓜生ら^[2]が示した(3)式から(5)式がある。この式は、Derham ら^[5]や Koh ら^[6]による Haringx 理論に基づいて積層ゴム内部のエネルギー W_s を求める手法より導出されている。求めた内部エネルギーをせん断力及び曲げモーメントがした仕事（曲げによる鉛直歪エネルギー）とせん断力と軸力がした仕事（単純圧縮による鉛直歪エネルギー）に分けてそれぞれの沈下量を算出している。求めたそれぞれの沈下量を足し合わせた値で荷重 P を除すと全圧縮剛性が算出され、これは鉛直剛性を単純圧縮剛性から求める方法^[7]を拡張させたものである。せん断変形下による鉛直剛性の変動を考慮している点において、積層ゴムの挙動を把握する精度は向上したといえる。瓜生らは(2)式に示す水平部材剛性評価式と(5)式に示す鉛直部材剛性評価式を(6)式のように定義して検討しているが、鉛直変形を定義しない Haringx 理論より式展開しているため、せん断力による曲げモーメントが過大に算出されている。力学の観点のみから判断すると、剛性が小さく見積もられており、剛性マトリクスの構成上(6)式に示すように対角行列であるため、水平・鉛直剛性の連成作用がなく、地震動を2方向入力した時、積層ゴムの正確な挙動を確認できない可能性がある。

$$K_h = \frac{P^2}{2k_{rc} \cdot q \cdot \tan\left(\frac{\alpha H}{2}\right) - PH} \left(q = \sqrt{\frac{P(P+k_s)}{k_{rc} \cdot k_s}} \right) \quad (1)$$

$$K_h = \left(\frac{H}{k_s} + \frac{h^3(P+k_s)^2}{12k_{rc}k_s^2} \right)^{-1} \quad (2) \quad \delta_{c1} = \frac{Pnt_r}{AE_{cbs}} \cdot \frac{F^2 \Delta c}{4P^3 G} \quad (3)$$

$$\delta_{c2} = \frac{Pnt_r}{AE_{cb}} \cdot \left(1 - \frac{k_s}{A} \cdot \frac{1}{E_{cbs}} \right) \quad (4) \quad K_{VC} = \frac{A}{nt_r} \cdot \frac{E_{cb} E_{cbs}}{E_{cb} + E_{cbs}} \quad (5)$$

$$\begin{Bmatrix} F \\ P \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_h & 0 \\ 0 & K_{VC} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_h \\ \delta_{c1} + \delta_{c2} \end{Bmatrix} \quad (6)$$

3. 部材モデルの提案

本研究で対象とする天然ゴム系積層ゴムの部材剛性評価式を作成するにあたり定義した力学モデルを Fig.1 に示す. 本研究で提案する力学モデルの構成式は, 静定基本部材についてカスティリアーノの定理を用い変形 e や荷重 p を算出する方法^[8]に加え, 初期の水平・鉛直変位を定義したものだ. 本モデルにおける部材剛性評価式の算出方法について以下の①~④に示す.

- ① Fig.1 に示すような積層ゴムの上フランジ部に圧縮荷重 P , せん断力 F 及び曲げモーメント m が作用している場合を考える.
- ② 曲線材において, 部材端から距離 z だけ離れた a - a' 断面における軸応力 N , せん断応力 Q , 曲げモーメント M を部材端の P, F, m の成分を用いた静力学の釣合条件を (7) 式から (12) 式に示す.
- ③ a - a' 断面の応力 N, Q, M が微小長さ dz に蓄える歪エネルギーは (13) 式となり, (7) 式から (9) 式を部材全長 H_n で積分して部材全体のひずみエネルギーが算出される. H_n は, 鉛直変形を考慮して時々刻々と変動する部材の全長である.
- ④ (14) 式を応力のベクトル P, F, m でそれぞれ偏微分すると上フランジの変形量が算出されることから, それらをマトリクスで表記すると, たわみ性マトリクス (15) 式が得られる. 以上より, 提案する剛性評価式 (剛性マトリクス) は (16) 式となる. なお, a - a' 断面の回転角はせん断変形と曲げ変形を考慮している.

提案する部材剛性評価式は, 水平・鉛直変形及び曲げモーメントを考慮した力学モデルである. 瓜生らは, 水平変形及び曲げモーメントの影響を考慮しているが, 力の釣合式における鉛直変形量を定義していない力学モデルを構築している. そのため, 鉛直変形の変動下において水平せん断力による曲げモーメントの変動が考慮されず, 鉛直剛性を正確に評価できていないことが示唆される. また, 力の釣合式において鉛直変形が未考慮のため, 本研究で対象とする連成作用における応答を評価する場合, 時刻歴応答解析のような動的解析には妥当性に欠ける可能性がある. 本研究で提案する部材剛性評価式の構成は前述の鉛直変形未考慮による剛性評価の問題を解消した新たな力学モデルである.

4. まとめ

本報その 1 では水平・上下連成部材モデルを提案した. 次報その 2 では提案した部材モデルと部材性能試験結果との比較及び時刻歴応答解析結果について示す.

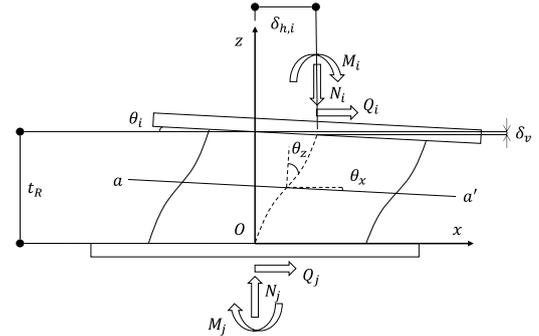


Fig.1 Proposed mechanical model

$$N = P \cos \varphi - F \sin \varphi \quad (7)$$

$$Q = -F \cos \varphi - P \sin \varphi \quad (8)$$

$$M = -m + Fz + Px \quad (9)$$

$$x = \delta_h \frac{z}{H_n} \quad (10)$$

$$\varphi = \theta_x + \theta_z = \frac{1}{2} \delta_h \alpha \beta \sin \frac{z}{H_n} \pi \quad (11)$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{P(P+GA)}{EI-GA}}, \beta = \frac{GA}{P+GA} \quad (12)$$

$$dU = \frac{N^2}{2EA} dz + \frac{Q^2}{2GA} dz + \frac{M^2}{2EI} dz \quad (13)$$

$$U = \int_0^{H_n} \frac{N^2}{2EA} dz + \int_0^{H_n} \frac{Q^2}{2GA} dz + \int_0^{H_n} \frac{M^2}{2EI} dz \quad (14)$$

$$\begin{Bmatrix} \theta_i \\ \delta_h \\ \delta_z \end{Bmatrix} = [f] \begin{Bmatrix} m \\ F \\ P \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13} \\ f_{21} & f_{22} & f_{23} \\ f_{31} & f_{32} & f_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} m \\ F \\ P \end{Bmatrix}$$

$$f_{11} = \frac{H_n}{EI_v}, \quad f_{12} = -\frac{H_n^2}{2EI_v}$$

$$f_{13} = -\frac{H_n \delta_h}{2E_r b l_v}, \quad f_{21} = -\frac{H_n^2}{2E_r b l_v} \quad (15)$$

$$f_{22} = \frac{H_n a^2}{12EA} + \frac{H_n(12-a^2)}{12GA} + \frac{H_n^3}{3E_r b l_v}, \quad f_{23} = -\frac{H_n a}{4EA} + \frac{H_n^3}{3E_r b l_v}$$

$$f_{31} = -\frac{H_n \delta_h}{2E_r b l_v}, \quad f_{32} = -\frac{H_n a}{4EA} + \frac{H_n^3}{3E_r b l_v}$$

$$f_{33} = \frac{H_n(12-a^2)}{12EA} + \frac{H_n \delta_h^2}{3E_r b l_v}, \quad a = \pi \delta_h \alpha \beta$$

$$\begin{Bmatrix} m \\ F \\ P \end{Bmatrix} = [f]^{-1} \begin{Bmatrix} \theta_i \\ \delta_h \\ \delta_z \end{Bmatrix} = [K] \begin{Bmatrix} \theta_i \\ \delta_h \\ \delta_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_i \\ \delta_h \\ \delta_z \end{Bmatrix} \quad (16)$$

A	Effective cross-sectional area of rubber [mm ²]	n	Number of rubber layers [-]
D	Rubber diameter [mm]	t_R	Rubber layer height [mm]
G	Shear modulus of rubber [N/mm ²]	P	Active axial force (top flange) [N]
H	Laminated rubber height [mm]	F	Active shear force (top flange) [N]
H_n	Rubber height at any step ($H_n = n \cdot t_R - \delta_v$) [mm]	Q	Horizontal restoring force (top flange) [N]
E	Modulus of elasticity ($2G(1 + \nu_r)$) [N/mm ²]	N	Vertical restoring force (top flange) [N]
δ_h	Horizontal deformation (top flange) [mm]	δ_v	Vertical deformation (top flange) [mm]
γ	Shear strain ($\gamma = \delta_v / nt_r$) [-]	ϵ	Nominal vertical strain ($\epsilon = \delta_v / nt_r$) [-]
ν_e	Equivalent Poisson ratio [-]	κ	Correction factor according to rubber hardness ($\kappa = 0.85$) [-]
S_1	Primary shape factor (D/t_r) [-]	S_2	Secondary shape factor (D/nt_r) [-]
k_s	Effective shear modulus (GAH/nt_r) [N/mm ²]	E_b	volume elasticity ($E_b = 1200$ [N/mm ²])
k_{rc}	In compression, effective bending stiffness ($E_r h / nt_r$) [N/mm ²]	E_c	modulus of elasticity under simple compression ($3G(1 + 2\kappa S_1^2)$) [N/mm ²]
E_r	Apparent modulus of elasticity in compression and bending ($3G(1 + 2/3\kappa S_1^2)$) [N/mm ²]	E_{rb}	Apparent modulus of elasticity in compression and bending ($E_r E_b / (E_r + E_b)$) [N/mm ²]
E_{cb}	Apparent modulus of elasticity in compression ($E_r + E_b$) [N/mm ²]	E_{cbs}	modulus of elasticity in compression under shear ($E_r E_{cb} / (E_r + E_{cb})$) [N/mm ²]
I_h	Second moment of cross section for circular cross section in shear direction ($\pi D^4 / 64$) [mm ⁴]	I_v	Second moment of cross-section for rectangular cross-section in axial direction ($DT_r^3 / 12$) [mm ⁴]
$E_{rb} l_v$	Stiffness related to bending in shear [N/mm ²]	$E_{rb} l_v$	Stiffness related to bending associated with axial force [N/mm ²]
θ_x	Bending deformation angle of laminated rubber cross section	θ_z	Shear shape angle of laminated rubber cross section
θ_i	Top flange deformation angle of laminated rubber cross section	$[f]$	Flexibility matrix
$[K]$	Stiffness matrix		

参考文献

- [1] Haringx, J.A. : On highly compressible helical spring and rubber rods, and their application for vibration-free mountings, Philips Research Reports 3,pp.401-449,1948, Philips Research Reports 4,pp.49-80,80,pp.206-220,1949
- [2] 瓜生満,西川孝夫:免震用積層ゴムの剛性,変形及び限界特性に関する研究(せん断変形下における水平及び鉛直方向特性について),日本建築学会構造系論文集,第479号,119-128,1996.1
- [3] 飯塚真巨:積層ゴムの大変形挙動をシミュレートする巨視的力学モデル,日本建築学会構造系論文集, No.568,pp.83-90,2003.6
- [4] 高岡栄治:水平単調裁荷を受ける天然ゴム系積層ゴムの Haringx 理論に基づく非線形力学モデル,日本建築学会構造系論文集, No.701,pp.913-921,2014.2
- [5] C.J.Derham,A.G.Thomas:The Design of Seismic Isolation Bearings,Century2-Emerging Technology Conferences,San Francisco,1980
- [6] C.G.Koh,J.M.Kelly :Effects of Axial Load on Elastomeric Isolation Bearings,PB Report,PB-88179015,1987
- [7] 藤田隆史他3名:建築免震用の積層ゴムに関する実験的研究(第2報),日本機械学会論文集(C編)53巻485号,pp.77-81,1987
- [8] 青山博之,上村智彦:マトリクス法による構造解析(初版第9刷),培風館,1997