

## バックステッピング法に基づく球状 CMG を用いた人工衛星の姿勢制御

## Attitude Control of Satellite Using Spherical Control Moment Gyroscope Based on Backstepping Technique

○小林侑士<sup>1</sup>, 内山賢治<sup>2</sup>, 増田開<sup>2</sup>\*Reiji Kobayashi<sup>1</sup>, Kenji Uchiyama<sup>2</sup>, Kai Masuda<sup>2</sup>

A control moment gyro (CMG) enables more agile and precise attitude maneuvers of satellites than a reaction wheel and a thruster because a CMG can generate large and continuous torque. However, the control system using CMGs tends to become complicated to avoid the singularity of its structure during a mission. We provide the attitude control system using a spherical CMG (SCMG) without a gimbal structure that causes singularity problems for an attitude control system. The SCMG consists mainly of a spherical shell containing a flywheel, which spins constant angular velocity, and six omni wheels to make it three-axis angular velocity control.

## 1. 諸言

宇宙機に対する姿勢制御法は、受動型制御と能動型制御に大別される。コントロール・モーメント・ジャイロ (CMG) は能動型制御装置に分類され、少ない消費電力で大トルクを出力できることから、効率よく姿勢変更可能な装置として利用されている。一方で、CMG には幾つかの問題点が指摘されている。一つは、その複雑な構造にある。シングルジンバル CMG では、原理的に三軸姿勢制御を行うことができない。したがって、複数のシングルジンバル CMG を組み合わせる必要があるため、構造が複雑化してしまう。また、このような CMG にはジンバルロックが生じ、あるジンバル角において、任意の軸周りのトルクを生成することができなくなる。これは特異点問題と呼ばれており、CMG を用いた姿勢制御システムにおいて最も重要な問題となっている<sup>[1]</sup>。

本研究では、ジンバル機構を用いない球状 CMG<sup>[2]</sup>による人工衛星の姿勢制御系の設計法について提案する。Figure1 に球状 CMG の概念図を示す。制御則には宇宙機の運動特性を考慮し、バックステッピング法と線形化フィードバックを用いた制御則を適用し、非線形システムの安定化を図る。

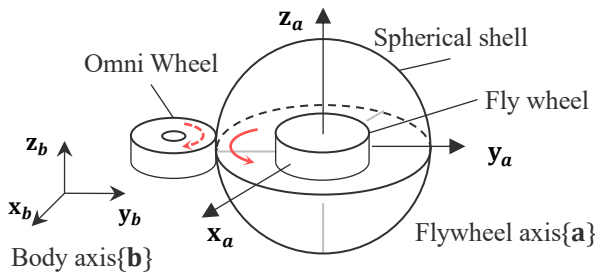


Figure 1. Spherical CMG

## 2. 数学モデル

## 2.1. 衛星の数学モデル

CMG を搭載した宇宙機のダイナミクス方程式は式(1), (2)で表すことができる。

$$\mathbf{I}\dot{\boldsymbol{\omega}} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{I}\boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{\tau} + \mathbf{T}_d \quad (1)$$

$$\dot{\mathbf{h}}_{CMG} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{h}_{CMG} = -\boldsymbol{\tau} \quad (2)$$

ここで、 $\mathbf{I}$ は衛星の慣性テンソル、 $\boldsymbol{\omega}$ は衛星の角速度、 $\mathbf{T}_d$ は大気抵抗をはじめとする外乱、 $\mathbf{h}_{CMG}$ は球状 CMG の角運動量を表す。また、キネマティクス方程式はクオータニオンを用いて式(3)で表すことができる。

$$\dot{\mathbf{q}} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -q_1 & -q_2 & -q_3 \\ q_0 & -q_3 & q_2 \\ q_3 & q_0 & -q_1 \\ -q_2 & q_1 & q_0 \end{bmatrix} \boldsymbol{\omega} \quad (3)$$

クオータニオンは $\mathbf{q} = q_0 + q_1\mathbf{i} + q_2\mathbf{j} + q_3\mathbf{k}$ と表され、スカラー部とベクトル部で構成される姿勢角を表すパラメータである。ここで、 $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ は単位ベクトルである。

球状 CMG の出力する角運動量 $\mathbf{h}_{CMG}$ は、フライホイールの角運動量 $\mathbf{h}$ 、回転する球殻の角運動量 $\mathbf{J}\boldsymbol{\Omega}$ に大別できることから、次式で表すことができる。

$$\mathbf{h}_{CMG} = \mathbf{h} + \mathbf{J}\boldsymbol{\Omega} \quad (4)$$

$\mathbf{h}$ はフライホイール座標 $\{\mathbf{a}\}$ 系にて $\mathbf{h} = [0 \ 0 \ h_0]^T$ である。これを機体固定座標 $\{\mathbf{b}\}$ 系で微分すると以下の関係式が導かれる。

$$\begin{aligned} \left. \frac{d\mathbf{h}_{CMG}}{dt} \right|_{\mathbf{b}} &= \left. \frac{d\mathbf{h}_{CMG}}{dt} \right|_{\mathbf{a}} + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{h}_{CMG} \\ &= \mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\Omega}} + \boldsymbol{\Omega} \times (\mathbf{h} + \mathbf{J}\boldsymbol{\Omega}) \end{aligned} \quad (5)$$

式(2), (5)を用いて人工衛星への指令値トルク $\boldsymbol{\tau}$ に追従するように球の角速度 $\boldsymbol{\Omega}$ を求める。これをステアリング則<sup>[4]</sup>と呼び、コントローラからの入力を $\mathbf{u}$ とすると式(6)で求まる。

$$\dot{\boldsymbol{\Omega}} = -\mathbf{J}^{-1}\{\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{h}_{CMG} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{h}_{CMG}\} - \mathbf{J}^{-1}\mathbf{u} \quad (6)$$

## 2.2. サブシステムの定義

導出した数学モデルをキネマティクスサブシステム(式(3)), ダイナミクスサブシステム(式(1)), CMGサブシステム(式(6))とし, 各サブシステムに分割する. 次にサブシステムの誤差方程式を示す.

$$\dot{\mathbf{x}}_{x_1} = \mathbf{g}_1(\mathbf{x}_1)\mathbf{x}_2 \quad (7)$$

$$\dot{\mathbf{x}}_{x_2} = \mathbf{f}_2(\mathbf{x}_2) + \mathbf{G}_2\mathbf{g}_2(\mathbf{x}_2, \dot{\mathbf{x}}_3, \mathbf{x}_3) - \dot{\mathbf{x}}_{2c} \quad (8)$$

$$\dot{\mathbf{x}}_{x_3} = \mathbf{f}_3(\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3) + \mathbf{G}_3\mathbf{u} - \dot{\mathbf{x}}_{3c} \quad (9)$$

ここで, クォータニオンのベクトル部, 衛星角速度, CMGの球の角速度を各サブシステムの状態量と定義し $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3 \in R^{3 \times 3}$ と表す. また, 式中の $\mathbf{f}_2, \mathbf{f}_3$ は非線形ベクトル,  $\mathbf{G}_2, \mathbf{G}_3$ は定数行列,  $\mathbf{g}_1, \mathbf{g}_2$ は非線形行列を表す. 状態量の追従誤差は $\mathbf{e}_{x_i} = \mathbf{x}_i - \mathbf{x}_{ic}$  ( $i = 1, 2, 3$ )で表す.

## 2.3. 制御系設計

各パラメータに不確かさがないと仮定した際の制御則を以下のようにする.

$$\mathbf{x}_{2c} = \mathbf{g}_1^{-1}(-\mathbf{K}_1\mathbf{e}_{x_1}) \quad (10)$$

$$\mathbf{g}_{2c} = \mathbf{G}_2^{-1}(-\mathbf{f}_2(\mathbf{x}_{2c}) + \dot{\mathbf{x}}_{2c} - \mathbf{K}_2\mathbf{e}_{x_2}) \quad (11)$$

$$\mathbf{u} = \mathbf{G}_3^{-1}(-\mathbf{f}_3(\mathbf{x}_{2c}, \mathbf{x}_{3c}) + \dot{\mathbf{x}}_{3c} - \mathbf{K}_3\mathbf{e}_{x_3}) \quad (12)$$

$\mathbf{x}_{3c}, \dot{\mathbf{x}}_{3c}$ は $\mathbf{g}_{2c}(\mathbf{x}_2, \dot{\mathbf{x}}_3, \mathbf{x}_3)$ より, 式(6)を用いて求める. サブシステム間の干渉がないとし制御則を誤差方程式に適用すると

$$\dot{\mathbf{e}}_{x_1} = -\mathbf{K}_1\mathbf{e}_{x_1} \quad (13)$$

$$\dot{\mathbf{e}}_{x_2} = -\mathbf{K}_2\mathbf{e}_{x_2} \quad (14)$$

$$\dot{\mathbf{e}}_{x_3} = -\mathbf{K}_3\mathbf{e}_{x_3} \quad (15)$$

となり, 線形化された誤差方程式を導出することができる.  $\mathbf{K}_i \in R^{3 \times 3}$  ( $i = 1, 2, 3$ )は対角行列の制御ゲインで, この値を適切に与えればシステムの極を任意の位置に決定することができ, 安定性が保証される. Figure 2に制御系のブロック線図を示す.

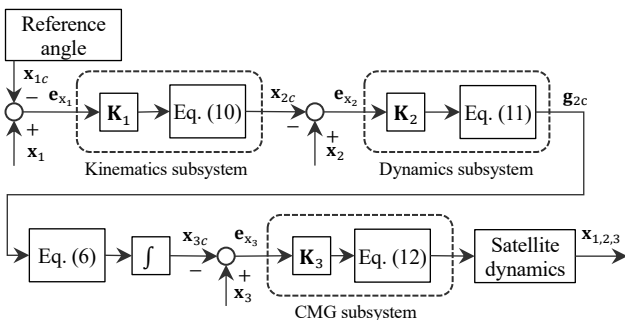


Figure 2. Block diagram of the proposed controller

## 3. 数値シミュレーション

初期値クォータニオンを $\mathbf{q}_0 = [1 \ 0 \ 0 \ 0]^T$ とし, 一定の目標値に追従するような制御を行い, 提案する球状CMGのモデル及び制御則の評価を行う.

Figure 3~4には慣性座標系に対する機体座標系の人工衛星のクォータニオン, 機体軸周りの球の角速度の時間変化を示す. ここで, 破線は目標クォータニオンを表す.

Figure 3を見るとクォータニオンは振動することなく目標値に収束していることが分かる. また, Figure 4を見ると, 球の角速度は突発的な跳ね上がりが見られず, 現実的な応答を示しており, 球状CMGで問題なく3軸姿勢制御を行えていることが分かる.

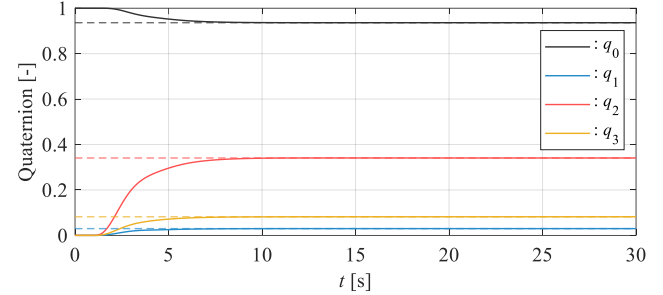


Figure 3. Time response of quaternion

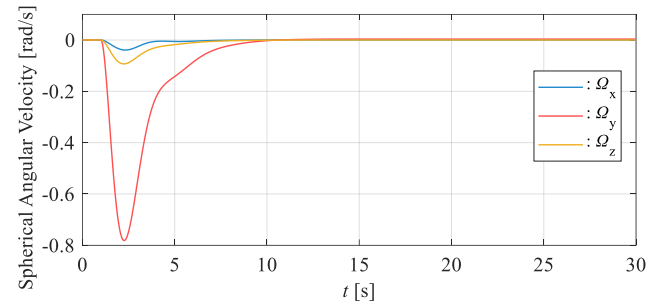


Figure 4. Time response of spherical angular velocity

## 4. 結言

CMGを用いた人工衛星の3軸姿勢制御において, 特異点問題を回避する球状CMGを提案した. また, 非線形性の強い人工衛星の姿勢制御に対してバックステッピング法と線形化フィードバックを用いることで安定性を保証した制御則を導出し, 数値シミュレーションにより提案手法の有効性を確認した. 今後は不確かさが生じた場合にも制御性能が劣化することのない制御則の適用, 及び球状CMGの開発を行い実用性の検証を行う.

## 参考文献

- [1] Wie, B : Singularity Robust Steering Logic for Redundant Single-Gimbal Control Moment Gyros, Journal of Guidance, Control, And Dynamics, Vol. 24, No. 5, 2001, pp.865 - 872.
- [2] Mino, A. and Uchiyama, K: "Spherical Control Moment Gyro System for Satellite Attitude Control", Asia Pacific International Symposium on Aerospace Technology, pp.1651-1655, 2017.