

K-27

Super Twisting Sliding Mode Control による球状リアクションホイールの制御 Control of spherical Reaction Wheel Using Super Twisting Sliding Mode Control

○水野敬太¹, 内山賢治², 増田開²*Keita Mizuno¹, Kenji Uchiyama², Kai Masuda²

This paper describes the improvement of the control performance of the spherical reaction wheel. The spherical reaction wheel was developed to provide light and a small system for a small satellite compared to the conventional attitude control system. In the previous study, the competent control performance of the rotational speed of the sphere was not obtained due to the nonlinear friction between the sphere and the rotor kicker. We apply the super twisting sliding mode control on the spherical reaction wheel because the control method has robustness against nonlinear disturbances. Results of the numerical simulation show the validity of the control method for the spherical reaction wheel.

1. 緒言

人工衛星の姿勢制御システムとして、高精度かつ燃料を必要としないリアクションホイールシステムがある。しかし、このシステムを用いて3軸の姿勢制御を行うには各軸にホイールを設置する必要があり、装置の小型化が難しい。この点を改善するため、フライホイールを球体とし、支持機構や駆動装置を兼ねたロータキッカを利用する事で、単一のホイールにより3軸の姿勢制御を可能とする球状リアクションホイール(SRW)が提案された^[1]。しかしこのシステムでは、ロータキッカと球状ロータに発生する非線形摩擦が一種の外乱として働き、十分な制御性能を満たす事ができないという問題が生じていた。

そこで本研究では制御性能の改善を目的として、従来研究^[2]で使用していた Sliding Mode Control(SMC)よりもロバスト性に優れている Super Twisting Sliding Mode Control (STSMC)を球状リアクションホイールの制御に適用し非線形摩擦の影響を軽減することを試みる。最後に、数値シミュレーションにより STSMC のロバスト性を確認する。

2. 数学モデル

2.1 人工衛星の運動方程式

Figure1 に人工衛星と SRW システムの座標系を示し、人工衛星の角速度を $\omega_s = [\omega_{sx} \ \omega_{sy} \ \omega_{sz}]^T$ と定義する。人工衛星, 球状ロータ, DC モータの運動方程式と、球状ロータの角速度とモータの角速度の関係を示す行列 \mathbf{S} を用いて人工衛星と球状ロータの関係は次式のようになる。

$$(\mathbf{I}_s + \mathbf{I}_m + \mathbf{I}_R)\dot{\omega}_s + \omega_s \times \mathbf{I}_s \omega_s = (\mathbf{I}_m \mathbf{S} - \mathbf{I}_R)\dot{\omega}_R \quad (1)$$

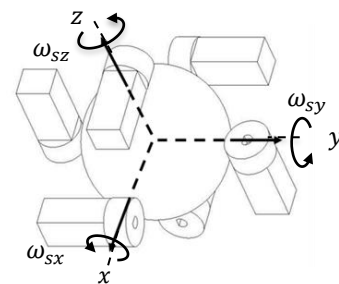


Figure 1. Definition of coordinate system

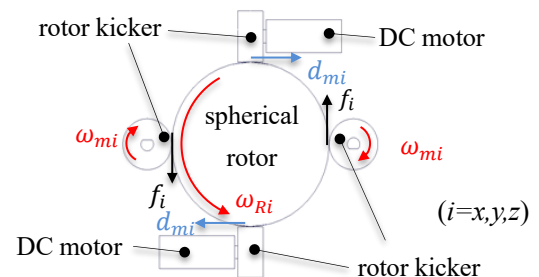


Figure 2. Free body diagram of the developed SRW

ここで、 \mathbf{I}_s , \mathbf{I}_R , \mathbf{I}_m は、人工衛星モデルの慣性テンソル、球状ロータの慣性テンソル、DC モータの慣性テンソルを示す。また、球状ロータの角速度を $\omega_R = [\omega_{Rx} \ \omega_{Ry} \ \omega_{Rz}]^T$ と定義する。

2.2 球状ロータの運動方程式

Figure2 に球状ロータとロータキッカの位置関係を示す。球状ロータは3対のロータキッカにより任意の軸周りに回転することが可能となっている。ロータキッカにより回転する球状ロータの運動方程式を以下に示す。

$$\dot{\omega}_R = \left(\mathbf{I}_R + \frac{2R}{r} \mathbf{I}_m \mathbf{S} \right)^{-1} \left(\frac{2R}{r} \boldsymbol{\tau} - 2\mathbf{d}_m \right) \quad (2)$$

ここで、 $\boldsymbol{\tau} = [\tau_x \ \tau_y \ \tau_z]^T$ は DC モータのトルクベクトル、 $\mathbf{d}_m = [d_{mx} \ d_{my} \ d_{mz}]^T$ はロータキッカの摩擦抵抗ベクトルである。

2.3 摩擦モデル

次式に非線形摩擦モデルを定義する.

$$\mathbf{d}_m'' = \sigma_0 \mathbf{z} + \sigma_1 \dot{\mathbf{z}} + \sigma_2 \boldsymbol{\omega}_R \quad (3)$$

$$\dot{\mathbf{z}} = \boldsymbol{\omega}_R - \text{diag} \left(\frac{|\omega_{Rx}|}{g(\omega_{Rx})}, \frac{|\omega_{Ry}|}{g(\omega_{Ry})}, \frac{|\omega_{Rz}|}{g(\omega_{Rz})} \right) \mathbf{z} \quad (4)$$

$$g(\omega_{Ri}) = \frac{1}{\sigma_0} \left(f_{ci} + (f_{si} + f_{ci}) e^{-\frac{\omega_{Ri}^2}{\omega_{Ri0}^2}} \right) \quad (i = x, y, z) \quad (5)$$

ここで, $\mathbf{f}_c = [f_{cx} \ f_{cy} \ f_{cz}]^T$ は各軸方向のクーロン摩擦力, $\mathbf{f}_s = [f_{sx} \ f_{sy} \ f_{sz}]^T$ は stick-slip 摩擦力, $\boldsymbol{\omega}_{R0} = [\omega_{Rx0} \ \omega_{Ry0} \ \omega_{Rz0}]^T$ はストライベック速度である.

3. 制御系設計と数値シミュレーション結果

3.1 状態方程式

式(1)の非線形項に目標値周りの線形化を行うことで, 次式の状態方程式が得られる.

$$\dot{\boldsymbol{\omega}}_s = \mathbf{A}_p \boldsymbol{\omega}_s + \mathbf{B}_t \boldsymbol{\tau} \quad (6)$$

\mathbf{A}_p は状態量に関する係数行列, \mathbf{B}_t は DC モータが生成するトルクベクトルに関する係数行列である. 外乱の抑制性能や追従性の向上のため, 人工衛星の角速度と目標角速度 $\boldsymbol{\omega}_c = [\omega_{cx} \ \omega_{cy} \ \omega_{cz}]^T$ の誤差の積分値を \mathbf{e} と定義する. 状態量に \mathbf{e} を加えた拡大システムの状態方程式を次式に示す.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \mathbf{e} \\ \boldsymbol{\omega}_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & -\mathbf{I} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{e} \\ \boldsymbol{\omega}_s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{B}_p \end{bmatrix} \mathbf{u}_v + \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \boldsymbol{\omega}_c \quad (7)$$

また, 状態量を $\mathbf{x} = [\mathbf{e} \ \boldsymbol{\omega}_s]^T$ と定義して, 各係数行列を置き換えると以下の式のように表される.

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{B} \mathbf{u}_v + \mathbf{U} \boldsymbol{\omega}_c \quad (8)$$

上記のシステムに対しコントローラを設計する.

3.2 STSMC の設計

切換関数 $\boldsymbol{\sigma}$ を次式で定義する.

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{S}_s \mathbf{x} \quad (9)$$

ここで \mathbf{S}_s は切換超平面であり, スライディングモード状態におけるシステムの挙動を決定する. この切換超平面は状態量の変動を最小にするように設計する. リカッチ代数方程式の正定解である \mathbf{P} と重み行列 \mathbf{R} を利用すると超平面は次式ようになる.

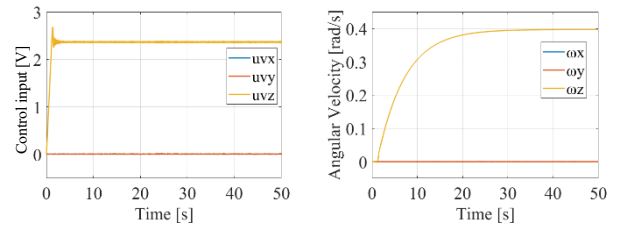
$$\mathbf{S}_s = [\mathbf{I} \ \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}_p \mathbf{P}] \quad (10)$$

次に, 本研究で利用する STSMC で決定される入力を以下の式のように定義する^[3].

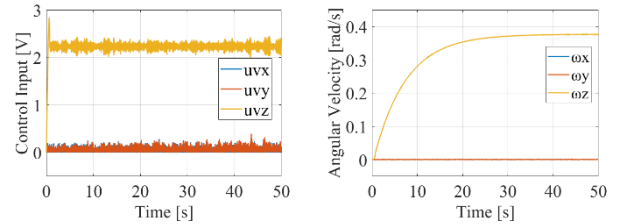
$$\mathbf{u}_{STSMC} = -\text{sign}(\mathbf{S}_s \mathbf{x}) \cdot |\mathbf{S}_s \mathbf{x}|^{\frac{1}{2}} - \mathbf{S}_s \mathbf{x} - \int_0^{t_0} \text{sign}(\mathbf{S}_s \mathbf{x}) dx \quad (11)$$

3.3 数値シミュレーション

Figure3(a),(b)に数値シミュレーションの結果を示す. 数値シミュレーションでは, 計測ノイズとしてホワイトノイズを加え, アクチュエータの帯域を 14kHz とした. Figure3 に, z軸周りに球状ロータの角速度制御を行った結果を示す. 角速度の目標値を 0.4 [rad/s] とした. Figure3(a)に STSMC を適用した結果, Figure3(b)に SMC を適用した結果を示す. 左図に示す入力の時応答を見ると, SMC は測定ノイズの影響が大きいことが分かる. また, 右図の角速度の時応答図を比較すると, STSMC は目標角速度に到達しているが, SMC を適用した場合には角速度に定常偏差が生じており制御性能の劣化が見られる.



(a) Angular velocity control using STSMC



(b) Angular velocity control using SMC

Figure 3. Result of numerical simulation

4. 結言

球状リアクションホイールに STSMC を適用し, 数値シミュレーションにより応答を確認した. 数値シミュレーション結果より, STSMC が SMC よりもロバスト性を有していることが分かった. 今後は実機を用いて実験を行い, 理論の妥当性を検証する.

参考文献

- [1] 竹花諒, 朴成彦, 内山賢治, “球状リアクションホイールによる人工衛星の三軸姿勢制御の発展”, 日本大学理工学部学術講演会予稿集, pp.807-808,2015
- [2] Hidehiko Paku, Ryo Takehana, Kenji Uchiyama, “Spherical Reaction Wheel System for Satellite Attitude Control,” AIAA 2016-0693 Small Satellites-Technologies 1, 4-8 January
- [3] Shyam Kamal, Asif Chalanga, J.A. Moreno, L.Fridman B.Bandyopadhyay, ”Higher Order Super-Twisting Algorithm,” 13th IEEE Workshop on Variable Structure Systems, 10.1109/VSS.2014.6881129