K-37

宇宙輸送機のためのバックステッピング法と厳密な線形化法の制御性能評価

Control Performance Evaluations of the Backstepping Method and the Exact Linearization Method for a Space Transportation System

○金子直幸[1]，佐藤美咲[1]，安部明雄[3]
Naoyuki Kaneko[1], Misaki Sato[1] and Akio Abe[3]

Abstract: This paper presents the results of the control evaluation of a space transportation system HIMES in the terminal area energy management (TAEM) phase of the return flight mission. In Ref.[3], it is summarized that the feedback linearization method with the time scale separation has higher robustness than the exact linearization method with the nonlinear state mapping. Therefore, in this paper, we construct the attitude control systems by use of both the backstepping and the exact linearization methods. The proposed system was applied to the attitude control of space transport system to verify the control performance and robustness.

1. はじめに

有翼の宇宙輸送機の帰還飛行は，宇宙空間から大気圏に突入する再突入フェーズ，再突入フェーズ後の速度と高度のばらつきから操舵面を利用しながら滑空して減速しながら滑走路を捉えるエネルギー調整フェーズ，滑走路に向かって滑空して着陸する進入・着陸フェーズの 3 つのフェーズに分けられる．

本稿では，エネルギー調整フェーズに関して，姿勢制御系の性能評価を実施した結果について述べる．これまでに本研究では，非線形モデルに基づく制御手法を提案しており，代表的な手法としてバックステッピング法と厳密な線形化法が挙げられる[1], [2]．前者の本研究で設計したバックステッピング法に基づく制御系は，タイムスケール分割を利用したフィードバック線形化法を拡張した形式で設計している．

文献[3]では，厳密な線形化法に対応する非線形な座標変換を用いる線形化手法に比べて，タイムスケール分割を用いたフィードバック線形化法は，モデル化誤差に対するロバスト性が高いと述べられている．

そこで，本稿では，バックステッピング法と厳密な線形化法による姿勢制御系を構成し，宇宙輸送系の特性を用いて性能検証を行った結果について述べる．

2. 制御対象の数学モデル

制御対象の角度と角速度に関するキネマティクスは，次式で与えられる．

$$\begin{bmatrix}\dot{\Phi}\\ \dot{\Theta}\\ \dot{\Psi}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & \sin\Phi\tan\Theta & \cos\Phi\tan\Theta\\ 0 & \cos\Phi & -\sin\Phi\\ 0 & \sin\Phi\sec\Theta & \cos\Phi\sec\Theta\end{bmatrix}\begin{bmatrix}P\\ Q\\ R\end{bmatrix} \tag{1}$$

ここで，P，Q，R はロール・ピッチ・ヨー角速度，Φ，Θ，Ψ はロール・ピッチ・ヨー角を表している．

また，機体の回転の運動方程式は(2)式で表される．(2)式で，I_{xx}，I_{yy}，I_{zz} は機体固定座標系の x_B，y_B，z_B 軸まわりの慣性モーメント，I_{xz} は慣性乗積，$\bar{q}$，S，b，$\bar{c}$は動圧，代表面積，スパン，空力平均翼弦である．(2)式の右辺第 2 項で，$C_{l(\,)}$，$C_{M(\,)}$，$C_{N(\,)}$はエルロンδ_a，エレベータδ_e，ラダーδ_rに関する無次元の制御微係数を表している．右辺第 1 項のl'，M'，N'は，第 2 項の舵面による空気力モーメント以外の，既知の生じる空気力モーメントを表している．

$$\begin{bmatrix}\dot{P}\\ \dot{Q}\\ \dot{R}\end{bmatrix}=\boldsymbol{I}^{-1}\begin{bmatrix}(I_{yy}-I_{zz})QR+I_{xz}PQ+l'\\ (I_{zz}-I_{xx})R-I_{xz}(R^2-P^2)+M'\\ (I_{xx}-I_{yy})PQ-I_{xz}QR+N'\end{bmatrix}+\bar{q}S\boldsymbol{I}^{-1}\begin{bmatrix}bC_{l\delta a} & 0 & bC_{l\delta r}\\ 0 & \bar{c}C_{M\delta e} & 0\\ bC_{N\delta a} & 0 & bC_{N\delta r}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\delta_a\\ \delta_e\\ \delta_r\end{bmatrix} \tag{2}$$

また，以後(1)式は(3)式，(2)式は(4)式の略記表現を用いる．3 節で，$\boldsymbol{G_1}(\boldsymbol{x_1})\boldsymbol{x_2}(t)=\boldsymbol{f_1}(\boldsymbol{x_1})$の関係から，(3a)式と(3b)式の両方の表現を用いる．

$$\dot{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{1}}(t)=\boldsymbol{G_1}(\boldsymbol{x_1})\boldsymbol{x_2}(t) \tag{3a}$$

$$=\boldsymbol{f_1}(\boldsymbol{x_1}) \tag{3b}$$

$$\dot{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{2}}(t)=\boldsymbol{f_2}(\boldsymbol{x_1},\boldsymbol{x_2})+\boldsymbol{G_2}(\boldsymbol{x_1})\boldsymbol{u}(t) \tag{4}$$

3. 制御系の構成

本節では, 3.1 項でバックステッピング法に基づく制御系, 3.2 項で厳密な線形化法に基づく制御系の構成について述べる．

3.1　バックステッピング法に基づく制御系

疑似入力として用いる状態量$\boldsymbol{x_2}$の指令値$\boldsymbol{x_{2c}}$を用いて，(3a)式を次式のように変形する．

$$\dot{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{1}}(t)=\boldsymbol{G_1}(\boldsymbol{x_1})\boldsymbol{x_{2c}}(\boldsymbol{x_1})+\boldsymbol{G_1}(\boldsymbol{x_1})\big(\boldsymbol{x_2}(t)-\boldsymbol{x_{2c}}(\boldsymbol{x_1})\big) \tag{5}$$

(5)式の疑似入力$\boldsymbol{x_{2c}}$と，(4)式の制御入力$\boldsymbol{u}$に，次の非線形要素を相殺する線形化フィードバックを適用する．

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{x_{2c}}\\ \boldsymbol{u}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{G_1}^{-1}(\boldsymbol{x_1})\boldsymbol{v_1}\\ \boldsymbol{G_2}^{-1}(\boldsymbol{x_1})\{-\boldsymbol{f_2}+\boldsymbol{v_2}\}\end{bmatrix} \tag{6}$$

１：日大理工・学部・航宇　２：日大理工・院(前)・航宇　３：日大理工・教員・航宇

ここで，$\boldsymbol{v}_1$，$\boldsymbol{v}_2$は，外生入力であり，次のように状態量の誤差をフィードバックする形で構成する．

$$\boldsymbol{v}_1 = \dot{\boldsymbol{x}}_{1c}(\boldsymbol{t}) - k_1\left(\boldsymbol{x}_1(\boldsymbol{t}) - \boldsymbol{x}_{1c}(\mathbf{t})\right) \tag{7}$$

$$\boldsymbol{v}_2 = -\boldsymbol{G}_1{}^T(\boldsymbol{x}_1)\boldsymbol{e}_1(t) + \dot{\boldsymbol{x}}_{2c}(t) - k_2(\boldsymbol{x}_2(t) - \boldsymbol{x}_{2c}(\boldsymbol{x}_1)) \tag{8}$$

(7)式で$\boldsymbol{x}_{1c}(t)$は姿勢角の指令値を表し，(8)式の右辺第１項はバックステッピング法特有の項で，(5)式の右辺第２項の(5)，(4)式の干渉を相殺し，理論的な安定性を補償するための項である[2].

3.2　厳密な線形化法に基づく制御系

厳密な線形化法では，バックステッピング法のように疑似入力を用いず，状態量の非線形変換を用いてフィードバック線形化可能な形式に変換する手法である．本項で取り扱う(3b), (4)式のシステムで，状態量を次のように変換する．

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{x}_1\\ \boldsymbol{x}_2\end{bmatrix} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{bmatrix}\boldsymbol{\xi}_1\\ \boldsymbol{\xi}_2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\boldsymbol{x}_1\\ \boldsymbol{f}_1(\boldsymbol{x}_1,\boldsymbol{x}_2)\end{bmatrix} \tag{9}$$

変換後の状態量で，上記の第 1 成分は変換前と後で同じ$\boldsymbol{x}_1$で，第 2 成分は(3b)式の右辺の非線形関数ベクトル$\boldsymbol{\xi}_2 = \boldsymbol{f}_1(\boldsymbol{x}_1,\boldsymbol{x}_2)$として決定した．この状態量の非線形変換より，次のフィードバックによって線形化可能な形式で状態方程式が得られる．

$$\frac{\boldsymbol{d}}{\boldsymbol{dt}}\begin{bmatrix}\boldsymbol{\xi}_1\\ \boldsymbol{\xi}_2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\boldsymbol{\xi}_2\\ \boldsymbol{f}_{a1}(\boldsymbol{x}_1,\boldsymbol{x}_2)\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}\boldsymbol{0}_{3\times3}\\ \boldsymbol{G}_{a1}(\boldsymbol{x}_1,\boldsymbol{x}_2)\end{bmatrix}\boldsymbol{u}(t) \tag{10}$$

(10)式で，$\boldsymbol{f}_{a1}(\boldsymbol{x}_1,\boldsymbol{x}_2)$と$\boldsymbol{G}_{a1}(\boldsymbol{x}_1,\boldsymbol{x}_2)$は，(1)式の両辺を時間微分して，(2)式を代入することで得られる非線形関数ベクトルと非線形関数行列である．(10)式に対して，次の線形化フィードバックを用いる．

$$\boldsymbol{u} = \boldsymbol{G}_{a1}{}^{-1}(\boldsymbol{x}_1,\boldsymbol{x}_2)\{-\boldsymbol{f}_{a1}(\boldsymbol{x}_1,\boldsymbol{x}_2) + \boldsymbol{v}\} \tag{11}$$

ここで，$\boldsymbol{v}$は，外生入力であり，次のように新たな状態量の誤差フィードバックの形式で決定する．

$$\boldsymbol{v} = -k_3\boldsymbol{\xi}_2 - k_4(\boldsymbol{\xi}_1 - \boldsymbol{\xi}_{1c}) \tag{12}$$

ここで，制御ゲインk_3，k_4を適切に決定することで，目標値$\boldsymbol{\xi}_{1c} = \boldsymbol{x}_{1c}$への追従を保証できる．

4.　比較シミュレーション

本節では，3.1 項と 3.2 項で示した制御系の比較シミュレーションを実施した．Figure1 に，ロール角の時間履歴を示す．図中，ロール角の指令値（Command）を水色，バックステッピング法に基づく制御系による結果（Backstepping）を朱色，厳密な線形化に基づく制御系による結果（Exact Linearization）を黄色で示す．ノミナルシミュレーションでは，同等の性能であった．

Figure2 に，角度と角速度に関して，外乱としてセンサノイズを模擬したノイズを付加した場合のロール角指令値への追従制御の結果を示す．Figure2 の(a)バックステッピング法に基づく制御結果に比べて，(b)の厳密な線形化法に基づく制御結果の方が，ノイズを低減できていることがわかる．

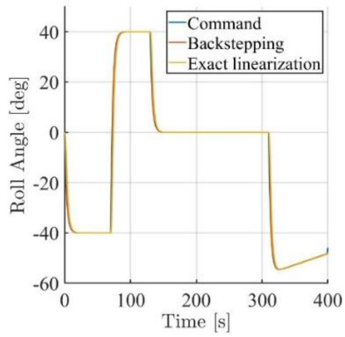
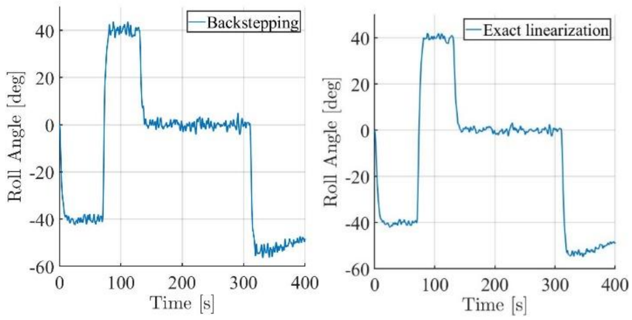


Figure 1. Time Histories of Roll Angles (Nominal Case)



(a) Backstepping Method　　(b) Exact Linearization

Figure 2. Time Histories of Roll Angles

5.　結論

本稿では，宇宙輸送機のエネルギー調整フェーズに関してバックステッピング法と厳密な線形化法による姿勢制御系を構成し，その性能検証を行った．その結果，タイムスケール分割を用いたフィードバック線形化法を用いた手法に比べて，厳密な線形化法を用いた用いた手法の方が，今回のシミュレーションの条件ではノイズの影響を低減できることが明らかになった．

6.　参考文献

[1] 安部明雄，岩本光平:将来宇宙輸送系のバックステッピング法を用いた誘導制御系の構築，日本航空宇宙学会論文集，61 巻 2 号，pp.6-7，2013.

[2]安部明雄，嶋田有三，内山賢治:エネルギー状態方程式による再突入誘導，日本航空宇宙学会論文集，53 巻 619 号，pp.358-366，2005.

[3] 馬場順昭,高野博行：非線形ダイナミクスを用いた飛行制御，日本航空宇宙学会誌，47 巻 547 号，pp122-128，1999.