O-20

ホライズンを持たないブラックホールの形成から蒸発までのメカニズムについて

A mechanism of formation and evaporation of black hole without a horizon

○阪本晃史[1]，　三輪光嗣[2]
*Akifumi Sakamoto[1]，　Akitsugu Miwa[2]

Abstract: We give a talk on a black hole without a horizon, based on [1], [2]. First, the authors of [1] made a new model of a black hole. They considered a system of many null shells as a black hole model and found that each shell does not reach the Schwarzschild radius. Therefore, the black hole has no horizon. Next, the authors of [2] studied evaporation of the black hole. The interior of the black hole is conserved due to the large red shift. After the outermost shell exhausted its energy, the next shell start evaporation.

１．導入

形成段階で Hawking 輻射の影響を無視したブラックホールについて説明する (Fig.1). 星の半径が「ある値」を越えて小さくなると星の表面から出た光は無限遠まで達することができなくなる．この「ある値」を Schwarzschild 半径といい，星の質量によって決まっている．また，無限遠に到達できなくなる境界のことをホライズンと呼ぶ．この境界とその内部がブラックホールとなっている．ブラックホールが形成されると，ホライズンの近傍から粒子が放出される．これを Hawking 輻射と呼ぶ．Hawking 輻射によってブラックホールは質量を失っていき，やがては消滅する．

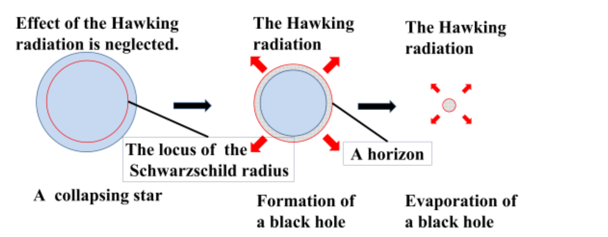

Figure 1. A conventional black hole from formation to evaporation

一方で[1][2]では形成段階から Hawking 輻射の影響を考えたブラックホールの時間発展が議論された．本講演では，ブラックホールの形成と蒸発について論文[1][2]の議論をレビューする．

２．ホライズンを持たないブラックホールの形成

[1]では星が収縮する過程でホライズンができないことを，n 枚の球対称で質量を持たないシェルが粒子を放射しながら崩壊していくモデルを用いて説明している(Fig.2). 1 番目のシェルの内側が Minkowski 計量で，各シェルの外側が Outgoing Vaidya 計量で書き表せると仮定する．ただし i 番目のシェルの外側の時間座標を u_i (i = 1 ~ n)，i 番目とその内部のシェルを合わせた質量に対応する Schwarzschild 半径を a_i とした．a_n は a と書くことにする．Fig.2 では各計量の二次元球面成分 $r^2 d\Omega^2$ を省略し，動径座標をそろえた．

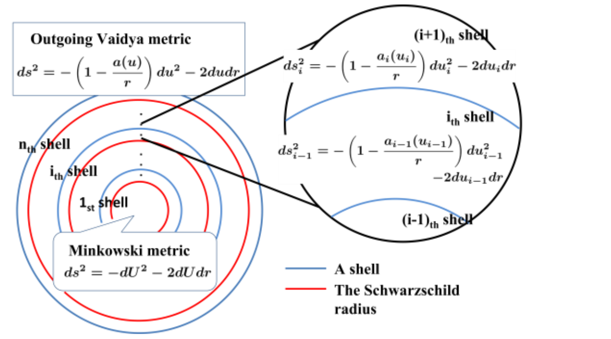

Figure 2. Metrics of inside and outside the shells

さて，シェルの位置の時間変化を調べる．仮定から，(I)シェルは質量を持っていないために光的な経路をたどる，(II)シェルは球対称であるから二次元球面成分は無視できる，ということが使える.(I)，(II)とシェルの外側の計量から，i 番目のシェルの位置 $r = r_i$ が満たすべき運動方程式(1)式が得られる．

$$\frac{dr_i}{du_i} = -\frac{r_i - a_i}{2r_i} \tag{1}$$

十分に時間が経過したとき(1)式の解は(2)式と書ける．

$$r_i = a_i - 2a_i \frac{da_i}{du_i} \tag{2}$$

da_i/du_i は負の値なので，(2)式から r_i は微分を含む項の分だけ Schwarzschild 半径に到達しない．特に，n 番目のシェルは星の表面であり，a は星全体の Schwarzschild 半径である．星が自身の Schwarzschild 半径を超えて落ち込むことはない．したがって，今回の

1：日大理工・院(前)・物理　2：日大・教員・物理

モデルでは星の崩壊の過程でホライズンが現れない．

３．ホライズンを持たないブラックホールの蒸発

[2]ではブラックホールが Hawking 輻射によってエネルギーを失う様子を２節と同じモデルで説明している(Fig.3)．１番外側のシェルに注目して，その内部をコアと呼ぶことにする．シェルの外側領域とシェルとコアに挟まれた領域がそれぞれ“Schwarzschild 型”の計量で書き表せると仮定する．シェルの外側部分とシェルとコアに挟まれた部分の時間座標をそれぞれ t と t ', シェルとコアを合わせたものと，コアの Schwarzschild 半径をそれぞれ a と a 'とした．ただし，シェルやコアはエネルギーを放出するため， a と a 'が時間座標 t や t ’の単調減少関数となる．二次元球面成分と動径座標の扱いは Fig.2 と同様である．エネルギーを放出した分 Schwarzschild 半径は減少するという予測から，a の微分方程式(3)式を仮定することができる．

$$\frac{da}{dt} = -\frac{2\sigma(a)}{a^2} \tag{3}$$

この式の右辺は，Stephan-Boltzmann の法則に従って，Hawking 温度 $T_H = \hbar / 4\pi a$ の黒体が放つエネルギー量を表している．ここで，$\sigma \sim N l_p^2$ (N は場の数，l_pは プランク長)である．

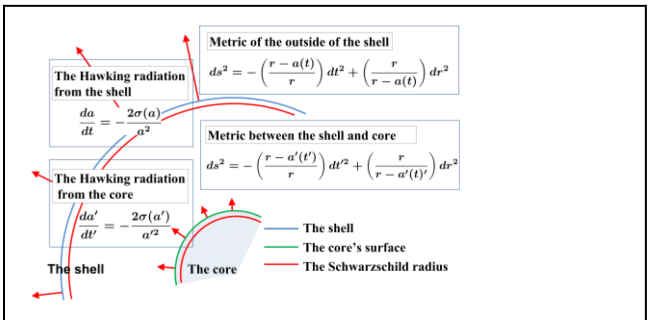

Figure 3. The Hawking radiation from the core and the shell

以上の仮定をもとに(i)，(ii)，(iii)を調べる．

(i)　シェルの位置の時間変化を調べる．２節の(I)，(II)とシェル内外の計量から，シェルの位置 $r = r_s$が満たすべき運動方程式(4)式と(5)式が得られる．

$$\frac{dr_s(t)}{dt} = -\frac{r_s(t) - a(t)}{r_s(t)} \tag{4}$$

$$\frac{dr_s(t')}{dt'} = -\frac{r_s(t') - a'(t')}{r_s(t')} \tag{5}$$

十分に時間が経過したとき(4)式の解は(6)式と書ける．

$$r_s(t) = a(t) + \frac{2\sigma(a)}{a} \tag{6}$$

ただし，(3)式を用いた．Schwarzschild 半径 a 'のブラックホールにシェルを投げ入れたとき，シェルは全体の Schwarzschild 半径 a から $2\sigma/a$ の分だけ離れた位置に漸近する，と(6)式から解釈できる．(6)式はブラックホールの表面とみることができる．

(ii)　計量の接続条件から赤方偏移の大きさ dt'/dt を調べる．(3)式，(4)式及び(5)式から(7)式を得る．

$$\frac{dt'}{dt} = 1 - \frac{a\Delta a}{2\sigma(a)} \tag{7}$$

ただし，$\Delta a \equiv a - a'$は l_p^2/a ほどの値であり，$2\sigma/a$ より十分小さいことを仮定している．(7)式によるとシェルがある程度エネルギーを保持している場合，時間が大きくずれ，大きな赤方偏移が生じることになる．

(iii)　シェルの持つエネルギーε がなくなるまでの時間を調べる．[2]での議論から $\varepsilon = \Delta a / 2G$ と書けることを利用する．すると ε の時間発展は(3)式，(6)式，(7)式を用いて(8)式のように求まる．

$$\epsilon(t) = \epsilon(0)e^{-\frac{t}{a(t)}} \tag{8}$$

この式から時間が a ほど経過するとシェルはエネルギーを使い果たすことがわかる．

(i)，(ii)，(iii)からブラックホールの表面のシェルがエネルギーを持っている間，大きな赤方偏移を受けるため，内部からの放射は抑えられる．そして，時間が a ほど経過すると，表面はエネルギーを使い果たし内部からの放射が始まる．これを繰り返してブラックホールは蒸発する．論文[2]ではこれをもとにブラックホールの寿命を $\Delta t_{life} \sim a^3/\sigma$ と計算している．

４．まとめ

論文[1][2]で議論されたブラックホールは Hawking 輻射の影響からホライズンを持たない(Fig.4)．そして Hawking 輻射を出すことによって表面から順にはがれていき，やがては蒸発してなくなる．

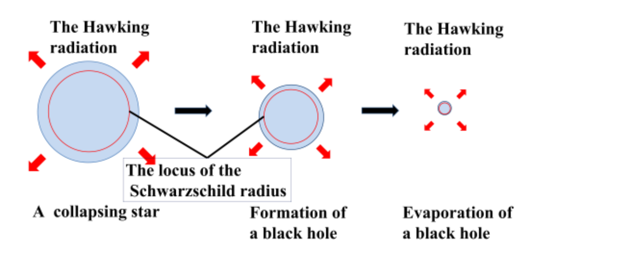

Figure 4. A new black hole from formation to evaporation

参考文献

[1] H. Kawai, Y. Matsuo, and Y. Yokokura, Int. J. Mod. Phys. A 28, 1350050, 2013.

[2] H. Kawai and Y. Yokokura, Phys. Rev. D 93, no. 4, 044011, 2016.