

シンプレクティック数値積分法による1次元電磁波伝搬解析
 -FDTD法との比較-

Analysis of One-Dimensional Electromagnetic Wave Propagation by Symplectic Integrator Method
 - Comparison with FDTD Method -

○宮本浩志郎¹, 岸本誠也², 佐甲徳栄³, 大貫進一郎²

*Koshiro Miyamoto¹, Seiya Kishimoto², Tokuei Sako³, Shinichiro Ohnuki²

Abstract: The symplectic integrator (SI) method is known as a stable and reliable numerical method for solving differential equations in Hamiltonian systems. Since the time evolution in this method proceeds by successive orthogonal transformations, the computational error in the total energy remains within a certain range even after long time propagation. We apply this method in solving the time-dependent Maxwell equations. The validity of the SI method for electromagnetic field analysis is examined by comparing the computational results obtained by this method with those by the standard finite difference time domain (FDTD) method.

シンプレクティック数値積分 (SI) 法^[1]は、ハミルトン系の微分方程式を解くための数値解法である。この方法では直交変換を繰り返しながら時間発展が進行するため、多ステップに及ぶ時間積分においても全エネルギーの誤差が一定範囲内にとどまり、単調減少や単調増加を起さないという特徴がある。特に、天体力学では、太陽系天体における太陽の重力が支配的であることから、ハミルトニアンを分割して SI 法を適用することにより、惑星の運動をより小さい誤差で計算することに役立っている^[2]。この手法は、微分方程式をシンプレクティック形式で表すことができれば、他の分野にも適用できる。そこで、電磁界解析に適用することで、多ステップでの時間積分において、安定した計算が可能な電磁界解析法を提案する。本報告では、SI法を用いた電磁界解析の結果を、汎用的な手法である有限差分時間領域 (FDTD) 法で解析を行った結果と比較する。

解析では、まず、Maxwell 方程式についてシンプレクティック形式を含む以下の更新式を用いる。

$$\begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t' + dt') \\ \tilde{\mathbf{H}}(\mathbf{r}, t' + dt') \end{pmatrix} = \exp \left\{ dt' \begin{pmatrix} 0 & (1/\sqrt{\epsilon_r})\nabla \times (1/\sqrt{\mu_r}) \\ -(1/\sqrt{\mu_r})\nabla \times (1/\sqrt{\epsilon_r}) & 0 \end{pmatrix} \right\} \begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t') \\ \tilde{\mathbf{H}}(\mathbf{r}, t') \end{pmatrix} \quad (1)$$

ここで、電界 \mathbf{E} 、磁界 \mathbf{H} であり、 $\tilde{\mathbf{E}} = \sqrt{\epsilon_r \epsilon_0 / \mu_0} \mathbf{E}$ 、 $\tilde{\mathbf{H}} = \sqrt{\mu_r} \mathbf{H}$ である。また、 ϵ_0, μ_0 は真空の誘電率と透磁率、 ϵ_r, μ_r は比誘電率と比透磁率、 $t' = c_0 t$ (c_0 : 真空中の光速) である。次に、上式右辺の行列指数関数の部分について近似を行う^[3]。そして、高速フーリエ変換 (FFT) を使い波数空間に変換し、空間微分を指数関数に置き換えることで、電磁界が計算できる。最後に、逆高速フーリエ変換 (IFFT) で実空間に戻すことで、電磁界の空間波形と時間応答波形を得る。得られた結果を基に、SI 法の特性を検証する。

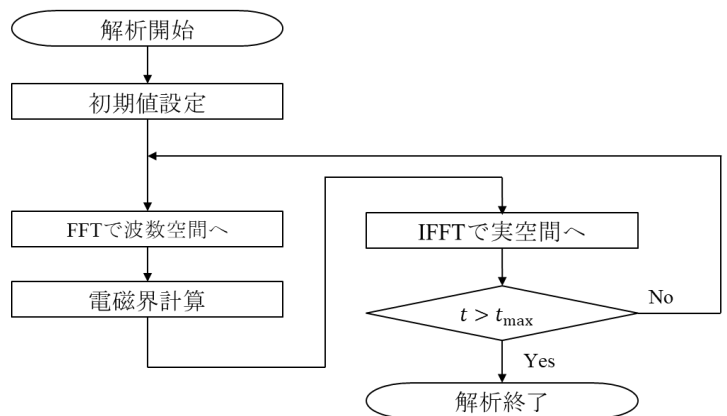


Figure1. シンプレクティック数値積分法の計算フロー

参考文献

- [1] Haruo Yoshida: "Construction of higher order symplectic integrators", Physics Letters A, Vol.150, No.5,6,7, pp262-268, 1990.
- [2] Takashi Ito: "Symplectic Integrators in Solar System Dynamics", J.Plasma Fusion Res, Vol.91, No.2, pp149-153, 2015.
- [3] 鈴木増雄: 「指数演算子の一般分解理論とその応用 (第4回年会特別講演)」, 応用数理, Vol.5, No.1, pp.44-47, 1995.

1 : 日大理工・学部・電気 2 : 日大理工・教員・電気