O-17

Nelson-Seibergの定理とその反例の確認

Confirmation of the Nelson-Seiberg theorem and a counterexample to that

○岡野雅也[1]，　二瓶武史[2]

Masaya Okano[1], Takeshi Nihei[2]

Abstract: Although the Nelson-Seiberg theorem is an important theorem in spontaneous SUSY breaking, recent research has shown that there is a counterexample to this theorem. To learn about the conditions of this counterexample, we examined the derivation of the superpotential and R-symmetry, described the Nelson-Seiberg theorem and a counterexample to this theorem, and confirmed these.

１．はじめに

超対称性とは，ボソンとフェルミオンの取り換えの変換である超対称変換の下での不変性である．超対称性は，電弱統一理論のエネルギースケールM_Wと大統一理論のエネルギースケールM_{GUT}，重力のエネルギースケールM_pの間に大きな比が存在する階層性問題を解決するのに有効である．しかし，超対称性の破れに伴って現れるべき超対称粒子は現在までの実験では発見されておらず，大きな課題となっている．

超ポテンシャルWを不変とする，グラスマン座標の大域的対称性を R 対称性とよぶ．R 対称性を保つ一般的な超ポテンシャルを持つモデルには超対称性を保つ真空が存在しないとされる．(A.E. Nelson&N. Seiberg 1994)この Nelson-Seiberg の定理には反例が存在するということに興味を持ち，今回は Nelson-Seiberg の定理の証明と，その反例について確認した．

２．カイラル超場

時空の座標にグラスマン数$\theta_\alpha(\alpha=1,\dots,4)$を加えた超空間$(x^\mu,\theta_\alpha)$におけるローレンツスカラーな場$\Phi(x^\mu,\theta_\alpha)$をスカラー超場とよぶ[1]．超空間での平行移動として超対称性変換を次のように考える．

$$\delta x^\mu=\frac{i}{2}\bar{\epsilon}\gamma^\mu\theta+b^\mu,\quad \delta\theta=\epsilon \tag{1}$$

ここでϵは反交換するマヨラナスピノルである．この変換の下で超場の無限小変換は

$$\delta\Phi(x^\mu,\theta)=\bar{\epsilon}^\alpha\left[\frac{\partial}{\partial\bar{\theta}_\alpha}+\frac{i}{2}(\gamma^\mu\theta)_\alpha\partial_\mu\right]\Phi\equiv\bar{\epsilon}^\alpha Q_\alpha\Phi \tag{2}$$

となる．ここでQ_αは超場に作用する微分演算子であり，超場Φについての超対称性変換である．このQ_αおよび$\bar{Q}^\beta$の反交換関係は次のように閉じている

$$\{Q_\alpha,\bar{Q}^\beta\}=\left(\gamma^\mu P_\mu\right)_\alpha^{\ \beta} \tag{3}$$

ただしP^μは４元運動量である．式(3)は超対称性代数とよばれる．

Q_αと反交換する超共変微分

$$D_\alpha\equiv\frac{\partial}{\partial\bar{\theta}^\alpha}-\frac{i}{2}(\partial\theta)^\alpha \tag{4}$$

を用いると，一般の超場を次のように分解できる[1].

$$\Phi=\Phi_+ +\Phi_- +\Phi_1 \tag{5}$$

$$D_\mp\Phi_\pm=0,\quad D_\mp\equiv\frac{1\mp\gamma_5}{2}D,\quad \overline{D_\mp}D_\pm\Phi_1=0 \tag{6}$$

Φ_+を右巻きカイラル超場，Φ_-を左巻きカイラル超場とよび，Φ_1を横超場とよぶ.

３．超ポテンシャル

超対称な作用は次のように構成される[1].

$$\mathcal{L}=\mathcal{L}_{kin}+\mathcal{L}_{int} \tag{7}$$

$$\mathcal{L}_{kin}=\int d^4\theta\Phi_+^\dagger\Phi_+,\quad \mathcal{L}_{int}=\int d^2\theta W(\Phi_+)+h.c. \tag{8}$$

ここで，$W(\Phi_+)$は右巻きカイラル超場Φ_+の任意関数であり，超ポテンシャルとよばれる．繰り込み可能性を要求すると，Wは場について３次までの多項式でなければならない．

４．R 対称性と Nelson-Seiberg の定理

R 対称性とは次のような U(1)対称性である．

$$\theta\to\theta'=e^{i\alpha}\theta \tag{9}$$

式(8)の運動項は

$$\mathcal{L}_{kin}=\int \mathrm{d}^2\theta(\mathrm{d}^2\bar{\theta})\Phi_+^\dagger\Phi_+ \tag{10}$$

と書けるため，この変換の下で不変である．一方，相互作用項は

$$\mathcal{L}_{int}\to\mathcal{L}'_{int}=\int d^2\theta' W'(\Phi_+)+h.c. \tag{11}$$

となるため，この項が不変となるには，超ポテンシャルが次のように変換する必要がある．

１：日大理工・院(前)・物理　２：日大理工・教員・物理

$$W \to W' = e^{-2i\alpha\theta}W \tag{12}$$

超対称性の自発的な破れを起こす具体例として O'Raifeartaigh 模型を考える[2]．３つのカイラル超場 X, ϕ_1, ϕ_2を導入し，これらの R 電荷と Z_2パリティを表１の様に与える．

表 1　各超場の R 電荷と Z_2パリティ

カイラル超場	R 電荷	Z_2パリティ
X	2	+
ϕ_1	0	−
ϕ_2	2	−

この対称性を持つ，くりこみ可能かつ場の３次以下の超ポテンシャルは次の式で与えられる．

$$W = fX + m\phi_1\phi_2 + \frac{1}{2}X\phi_1^2 \tag{13}$$

これより，スカラーポテンシャルは次のようになる．

$$V = |F_X|^2 + \left|F_{\phi_1}\right|^2 + \left|F_{\phi_2}\right|^2$$

$$= \left|f + \frac{1}{2}\phi_1^2\right|^2 + |m\phi_2 + X\phi_1|^2 + |m\phi_2|^2 \tag{14}$$

$V = 0$となる超対称な真空が存在する条件は，次の３つの式がすべて満たされることである．

$$|F_X|^2 = 0,\quad \left|F_{\phi_1}\right|^2 = 0,\quad \left|F_{\phi_2}\right|^2 = 0 \tag{15}$$

これらを同時に満たすX, ϕ_1, ϕ_2は存在しないため，超対称性は自発的に破れる．

R 対称性と超対称性の破れについて Nelson-Seiberg の定理が知られている[3]．この定理によれば，一般的な模型での安定な真空において R 対称な超場を持つことは超対称性の破れにおける必要条件であり， R 対称性が自発的に破れることは十分条件である．この定理は次のように証明される．

N 個のカイラル超場$\phi_1 \ldots \phi_n$を考え，ϕ_iの R 電荷をr_iとする．少なくとも１つは R 電荷が 0 でない場が存在するため，それがϕ_nだとすると，それ以外の場を R 電荷が 0 になるように次のように再定義することができる．

$$Y_i = \frac{\phi_i}{\phi_n^{r_i/r_n}} \tag{16}$$

これを用いて，超ポテンシャルは次のように書ける．

$$W = \phi_n^{2/r_n}F(Y) \tag{17}$$

$\phi_n \neq 0$とすると，超対称な真空を求めるための条件は次のようになる

$$\partial_a F = F = 0,\quad a = 1, \ldots, n-1 \tag{18}$$

この条件式の数はn個であるが，場の変数は$n-1$個であるため，一般には解は存在しない．したがって，R 対称性を保つモデルにおいて，超対称性は自発的に破れる．

５．Nelson-Seiberg 定理の反例

カイラル超場z_1, z_2, z_3, z_4を導入し，R 電荷を次のように与える[4].

$$R(Z_1) = 2,\ R(Z_2) = -2,\ R(Z_3) = 6,\ R(Z_4) = -6 \tag{19}$$

これらの場を用いて，くりこみ可能で R 不変な超ポテンシャルは次の様に書ける．

$$W = az_1 + +bz_1^2z_2 + cz_2^2z_3 + dz_1z_3z_4 \tag{20}$$

超対称な真空を持つための条件は

$$\partial_1 W = a + 2bz_1z_2 + dz_3z_4 = 0,$$
$$\partial_2 W = bz_1^2 + 2cz_2z_3 = 0, \tag{21}$$
$$\partial_3 W = cz_2^2 + dz_1z_4 = 0,\quad \partial_4 W = dz_1z_3 = 0$$

となり，これらをすべて満たす解として，次のようなものが存在する．

$$z_1 = z_2 = 0,\quad z_3z_4 = -\frac{a}{d} \tag{21}$$

そのため，超対称性を保つ安定な真空が存在することになり，Nelson-Seiberg 定理の反例となっている[4].

６．まとめ

今回は Nelson-Seiberg の定理について，O'Raifeartaigh 模型という具体例を用いて確認することができた．また，Nelson-Seiberg の定理の反例も確認できた．

今後は，いくつかの超対称な模型を通して，Nelson-Seiberg の定理の反例が成立する具体的な条件を研究する．

７．参考文献

[1] 太田　信義：「超対称性理論」，SGC ライブラリ - ５１，2006.
[2]大河　内豊：「超対称性の破れ」，SGC ライブラリ - １３１，2017.
[3] A.E. Nelson and N. Seiberg, "R symmetry breaking versus supersymmetry breaking", Nucl. Phys. B,1994.
[4] Zheng Sun, Zipeng Tan and Lu Yang, "A counterexample to the Nelson-Seiberg theorem", 2020.