

画像解析を用いたゴムの正三角形断面軸の有限歪の計測
(大きな捩り下の断面に沿う歪とワーピングの分布)

Finite Strain Measurements using Image Analysis for Rubber Shaft having Equilateral Triangle Cross-section
(Distributions of strain and warping along cross-section under a large torsion)

○長谷川 寧¹, 清水凱斗², 加藤保之³

*Yasushi Hasegawa¹, Kaito Shimizu², Yasuyuki Kato³

Abstract: In general, torsion theory proposed by Saint-Venant has been used in the case of shaft having general cross section other than circular cross section. However, although this torsion theory based on the infinitesimal deformation theory is reasonable under a relatively small deformation, it is not necessarily possible to represent the deformational behavior under large torsions accurately. Therefore, this paper describes results of comparison between the distributions of strain that is measured by using image analysis based on natural strain theory and conventional distributions by Saint-Venant when a large torsion is applied to a rubber shaft. Especially, in the present paper, distributions for extensional strain, shear strain and warping along a cross section will be investigated to a rubber shaft having an equilateral triangle cross-section.

1. 緒言

これまでこの一連の研究では、円形断面以外の一般断面形状の中でも、特に正方形や長方形を研究対象として、微小変形下で有効な Saint Venant の捩り理論に基づき得られた断面内で発生する歪分布の実験結果を、本画像解析の実験結果と比較して、それらの違いを明らかにしてきた。断面の形状としては、多角形であればあるほど円に近づくことから、辺の数が多いほど円形断面の結果に近づく、そのためワーピングの発生も小さくなることが予想される。逆に辺の数の最も少ない三角形断面では、ワーピングの発生は大きくなることを予想される。そこで本研究では、正三角形断面を有するゴム軸の試験片に対して大きな捩りを与えた際の剪断歪や伸び歪の分布を本画像解析手法を用いて測定し、従来の Saint Venant の捩り理論に基づき得られた分布と比較する。

2. 画像解析手法

図1は、試験片の表面に罫書いた微小要素の変形前後の状態を表している。ここで、(a)は初期の無変形の状態を、(b)は捩りを加えた状態をそれぞれ表している。本研究では、自然歪理論に基づき3本の線素 l_{oa}, l_{ob}, l_{oc} の伸び歪 $\epsilon_a, \epsilon_b, \epsilon_c$ を求め、変形勾配の成分が求まる(それらの誘導過程は、紙面の都合上省略する)。

更に、変形勾配の極分解から、主軸のストレッチ量 λ_1 、主軸の方位 θ_m 、主軸線素の変形前の方位 θ_o 、ならびに剛体回転 θ_R は、以下のように導かれる。

$$\lambda_1 = \frac{\sqrt{(D_{11} + D_{22})^2 + (D_{12} - D_{21})^2} + \sqrt{(D_{11} - D_{22})^2 + (D_{12} + D_{21})^2}}{2} \quad (1)$$

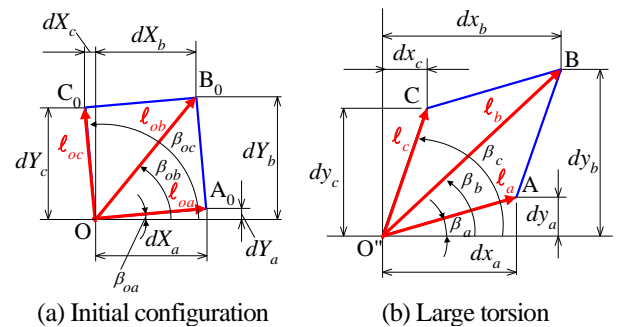


Fig.1. Line elements in a body.

$$\theta_m = \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \tan^{-1} \left\{ \frac{D_{11}^2 + D_{12}^2 - D_{21}^2 - D_{22}^2}{2(D_{11}D_{21} + D_{12}D_{22})} \right\} \quad (2)$$

$$\theta_o = \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \tan^{-1} \left\{ \frac{D_{11}^2 - D_{12}^2 + D_{21}^2 - D_{22}^2}{2(D_{11}D_{12} + D_{21}D_{22})} \right\} \quad (3)$$

$$\theta_R = \theta_o - \theta_m \quad (4)$$

更に、鉛直方向の線素 l_{oc} の剪断歪 γ は、自然歪理論では変形前後の線素の回転角から剛体回転 θ_R を除去して、

$$\gamma = \beta_{oc} - \beta_c - \theta_R \quad (5)$$

で表される。ただし、鉛直方向の線素の変形前後の方位は、

$$\beta_{oc} = \frac{\pi}{2} - \tan^{-1} \left\{ \frac{dX_c}{dY_c} \right\}, \quad \beta_c = \tan^{-1} \left\{ \frac{dy_c}{dx_c} \right\} = \tan^{-1} \left\{ \frac{D_{21} dX_c + D_{22} dY_c}{D_{11} dX_c + D_{12} dY_c} \right\} \quad (6)$$

一方で、三角形断面に対する Saint Venant の捩り理論に基づく剪断歪とワーピングの分布式は、以下の通りである。

$$\gamma = \omega \left[\frac{x^2 + 2ax - y^2}{2a} \right], \quad w = \omega \left[\frac{3x^2y - y^3}{6a} \right] \quad (7)$$

3. 実験方法

予め等間隔 (2.0[mm]) に格子状の罫書線が描かれた正三角形断面の天然ゴム製の試験片 (硬度 Hs = 70) に対して高画素カメラ (最大画素 5060 万画素)

1 : 日大理工・学部・機械、2 : 日大理工・院(前)・機械、3 : 日大理工・教員・機械

を用いて画像の撮影を行う。この試験片を試験機に装着して大きな振りを最大捩れ角 $\varphi_{deg.}=315[\text{deg}]$ まで加える。なお、画像の撮影箇所は、図2 (a)の標点間の中央部と上部の要素 f に対して行う。また、断面内の歪やワーピングの分布の撮影は、中央部(0)と上部(7)の水平方向の微小要素(a~k)に対して、捩れ角が $\varphi_{deg.}=135, 225, 315 [\text{deg}]$ のときに行う。

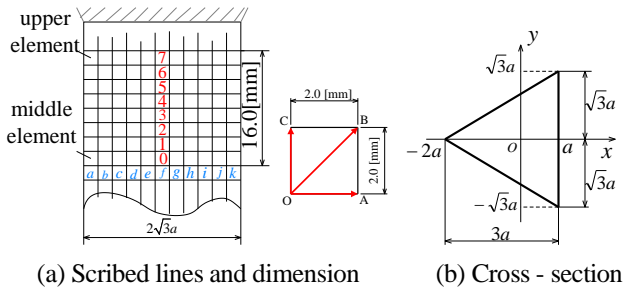


Fig.2. Test specimen and scribed line.

4. 実験結果と考察

断面内の要素 f で得られる剪断応力-剪断歪線図を図3に示す。図中の青の三角形のプロット Δ は試験片中央部(0)、また、赤のプロット Δ は試験片上部(7)の要素の画像に対し本画像解析に基づき求めた実験結果をそれぞれ表している。それらを比較すると、捩り変形の増加と共に中央部の歪の値が上部のそれに比べ大きくなり、捩り変形の増加と共に差異が広がるこ

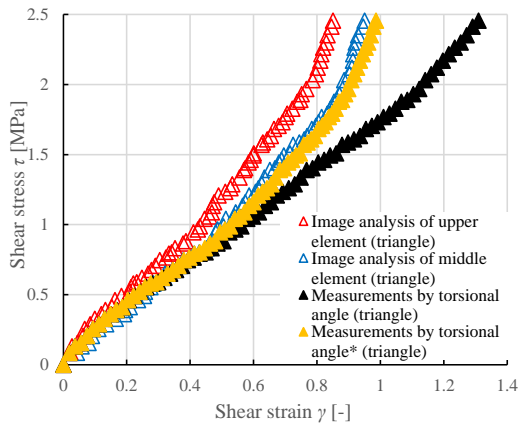


Fig.3. Shear stress-shear strain diagram (triangular section).

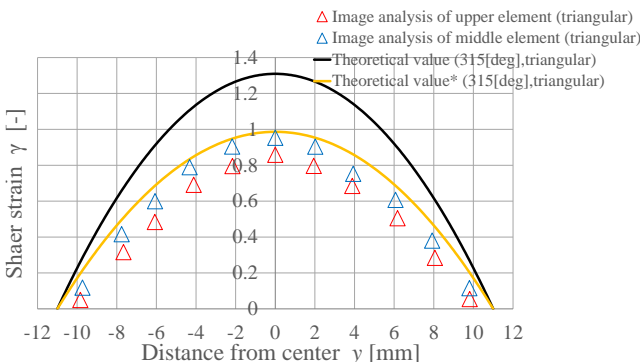


Fig.4. Distributions of shear strain (triangular section).

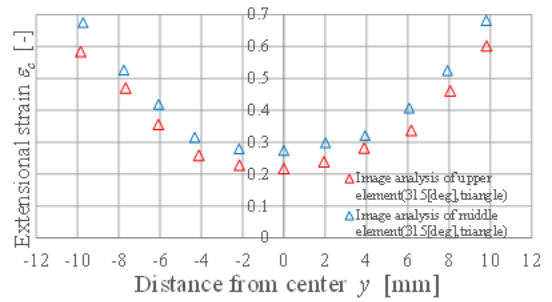


Fig.5. Distributions of extensional strain (triangular section).

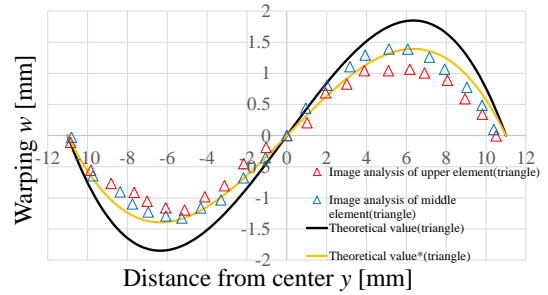


Fig.6. Distributions of warping (triangular section).

とが確認できる。これは、固定治具に近い上部の要素は、変形の拘束があるためであると考えられる。また、Saint Venant の捩り理論に基づき得られた剪断応力と剪断歪の関係が、図中のプロット \blacktriangle であり、本画像解析の結果に比べ大きく、捩り変形の進行と共に両測定結果の差異が広がることが分かる。これに対し、捩り変形に伴い試験片の表面では伸びが発生することを考慮し、標点間距離に修正を施して求めたものが、図中のプロット \blacktriangle であり、本画像解析の結果に近づくことから、本画像解析の結果の妥当性が確認できる。

次に、図4は、断面内で発生する剪断歪の分布を比較したものである。図中のプロット Δ と Δ は、中央部の要素と上部の要素の実験結果をそれぞれ表している。Saint Venant の理論曲線 $—$ に対し、標点間距離の伸びの修正を施した曲線 $—$ は本画像解析の分布に近づくことが確認できる。次に、図5は、断面内で発生する伸び歪の分布であり、周辺で大きく、中心の近くでは小さな値となり、この場合も上部 Δ に比べ中央部 Δ が大きいことが確認できる。最後に、断面内のワーピングの分布の結果が、図6である。このワーピングの分布についても標点間距離の修正を加えて得られる分布の曲線は、本研究の実験値に近づくことが確認できる。

5. 結言

正三角形断面に対して、剪断歪、伸び歪、ワーピングの分布を調査し、以下のことが明らかとなった。

- (1) 捩り変形の増加と共に中央部の剪断歪の値が上部それに比べ大きくなる。
- (2) 正三角形の断面内の場合では、伸び歪が比較的大きく発生し、特に中心から遠ざかるほど大きくなる。