

原始惑星系円盤における原始惑星形成の解析

Analysis of Primitive Planet Formation in Protoplanetary Disks

○近藤知樹<sup>1</sup>, 藤井紫麻見<sup>2</sup>

○Tomoki Kondou, Shiomi Fujii

**Abstract:** The formation of planets begin from massive molecular clouds composed of solid particles smaller than 1μm. Gravitational and centrifugal forces, among others, act, creating a protoplanetary disk from the molecular cloud. A star forms at its center, and the surrounding dust and gas gather to form planetesimals. This study aims to investigate the formation process of Earth-like planets, focusing in particular on simulating the collision and accretion process of planetesimals to confirm whether runaway growth and oligarchic growth occur.

1. はじめに

1 μm 以下の固体微粒子で作られる巨大な分子雲から惑星の形成は始まると考えられている。自身の重力と遠心力などが働き、分子雲から原始惑星系円盤が作られる。その中心に星ができ、周りの塵やガスが集まることで微惑星になる。微惑星同士が衝突合体を繰り返すことで、より大きな微惑星が形成される。大きな微惑星は、重力が他より大きく衝突しやすいことで暴走成長が起こる。暴走成長する微惑星が多発することにより、適度な距離も持って似た大きさの原始惑星が並んでいく寡占成長が起こる。そこから長い時間をかけて現在の惑星ができたと考えられており、この惑星形成のモデルを京都モデルと呼ぶ。

本研究では惑星の中でも地球型惑星の形成過程を調べ、また特に微惑星の衝突合体過程をシミュレーションすることで暴走成長、寡占成長が起こるかを確認することを目的とする。

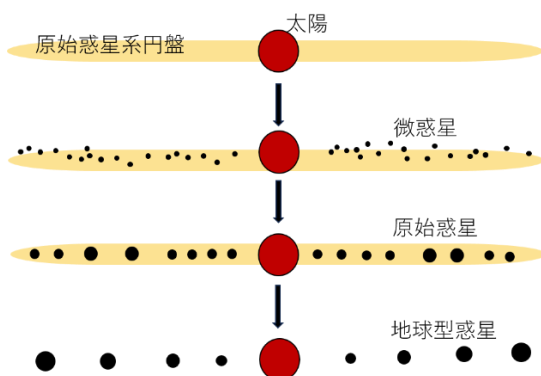


Fig.1 京都モデル

2. 基本方程式

微惑星は数 km の半径の岩石の塊である。地球型惑星の分布範囲(水星から火星の軌道範囲)に分布し

ていたと考えられている。

このような多体問題の重力計算にはエルミート法が用いられることが多い。

(i) 粒子の運動方程式

微惑星はすべて x-y 平面上にあるとし、原始太陽の位置を原点とする。計算開始時の粒子が N 個として、粒子を  $i = 1, 2, 3, \dots, N$  とする。

i 番目の粒子の質量を  $m_i$ 、座標を  $\mathbf{r}_i$  とする。

粒子 i に対する運動方程式は

$$m_i a_i = \sum_{j=1, j \neq i}^N G m_i m_j \frac{\mathbf{r}_{ij}}{(r_{ij}^2 + \epsilon^2)^{5/2}} \quad (1)$$

である。ただし G は重力定数、 $\mathbf{r}_i = |\mathbf{r}_i|$ 、 $\mathbf{r}_{ij} = \mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i$ 、 $r_{ij} = |\mathbf{r}_{ij}|$  である。加速度を微分すると

$$\dot{a}_i = \sum_{j=1, j \neq i}^N G m_j \left[ \frac{\mathbf{v}_{ij}}{(r_{ij}^2 + \epsilon^2)^{3/2}} - \frac{3(\mathbf{r}_{ij} \cdot \mathbf{v}_{ij})\mathbf{r}_{ij}}{(r_{ij}^2 + \epsilon^2)^{5/2}} \right] \quad (2)$$

が得られる。粒子 j は粒子 i とは異なる粒子を表している。 $\mathbf{r}_{ij}$  と  $\mathbf{v}_{ij}$  のベクトルはそれぞれ粒子 i と粒子 j の位置、速度の差をとったもの。ε は中心にできる星への過度な接近を抑制するためのパラメータでソフトニングパラメータとよばれる。

(ii) エルミート法

エルミート法は高い計算精度を持つ、予測子修正子法の一つである。

エルミート法の手順としてはまず、位置、速度のテイラー展開を計算することで 1 ステップ先の位置、速度を予測する。

$$x_p = x_0 + v_0 \Delta t + \frac{a_0}{2} \Delta t^2 + \frac{a_0}{6} \Delta t^3 \quad (3)$$

$$v_p = v_0 + a_0 \Delta t + \frac{a_0}{2} \Delta t^2 \quad (4)$$

1 : 日大理工・院 (前)・物理 2 : 日大理工・教員・物理

その予測子を用いることで加速度 $a_i$ とその導関数 $\dot{a}_i$ を計算することができる。加速度の2階導関数と3階導関数は以下のように表せる。

$$a_0^{(2)} = \frac{-6(a_0 - a_1) - \Delta t(4\dot{a}_0 + 2\dot{a}_1)}{\Delta t^2} \quad (5)$$

$$a_0^{(3)} = \frac{12(a_0 - a_1) + 6\Delta t(\dot{a}_0 + \dot{a}_1)}{\Delta t^3} \quad (6)$$

これを用いることで位置、速度の1ステップ進んだ修正子を求めることができる。

$$x_c = x_p + \frac{a_0^{(2)}}{24}\Delta t^4 + \frac{a_0^{(3)}}{120}\Delta t^5 \quad (7)$$

$$v_c = v_p + \frac{a_0^{(2)}}{6}\Delta t^3 + \frac{a_0^{(3)}}{24}\Delta t^4 \quad (8)$$

(iii) 時間ステップ

より正確な計算を行うためにエルミート法を用いるが、その分計算量も増えてしまう。シミュレーションを行う上で多くの粒子が運動し衝突合体するため、時間ステップを粒子ごとに変えることができる独立時間刻みを用いた。

粒子個別時間ステップともよばれる値を決定する式は、

$$\Delta t = \sqrt{\eta \frac{|a_1||\dot{a}_1^{(2)}| + |\dot{a}_1|^2}{|a_1||\dot{a}_1^{(3)}| + |\dot{a}_1^{(2)}|^2}} \quad (9)$$

であり、初期状態の時間ステップとして

$$\Delta t = \eta_s \frac{|a_1|}{|\dot{a}_1|} \quad (10)$$

を用いた。

この方法で解析を行うことによって粒子それぞれの時間ステップを作ることができる。素早く動いている粒子には細かくデータが取れるように小さな時間ステップを、ゆったりと動いている粒子には適度な幅を取ってデータを取れるように大きな時間ステップを作成することができる。しかしこのままでは粒子それぞれの時間ステップで計算を行わなければならない、膨大な計算量になってしまうので以下の条件により場合分けを行う。

$$\Delta t_s = \begin{cases} \frac{1}{2} \Delta t & (c < \Delta t \text{ のとき}) \\ 2 \Delta t & (\frac{1}{2}c > \Delta t \text{ のとき}) \\ \Delta t & (\frac{1}{2}c < \Delta t < c \text{ のとき}) \end{cases} \quad (11)$$

$c$ は $\Delta t$ とは別の基準となる時間ステップである。

この条件によって一定の基準から離れた粒子のみの時間ステップを変化させて計算することができる。

3. 数値計算

(i) オイラー法

簡易的なシミュレーションとしてオイラー法を用いて計算を行った。地球と月をモデルとして2体の運動の図を作成した。月の運動が楕円運動する地球に影響される様子が確認することができた。

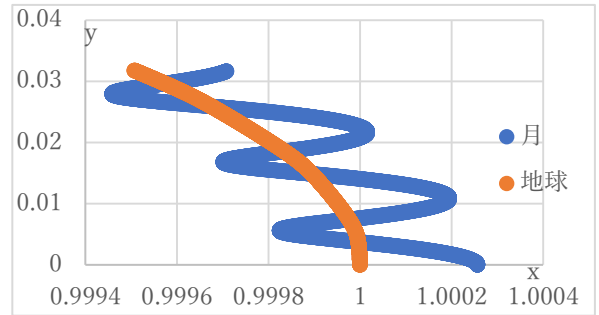


Fig.2 地球、月の運動の関係

(ii) エルミート法

本格的なエルミート法の準の計算準備として、独立時間刻みの計算の影響を調べた。時間ステップは中心から離れるほど大きく近いほど小さくなっていることから、場所によって変化し正常に機能していることが確認できた。

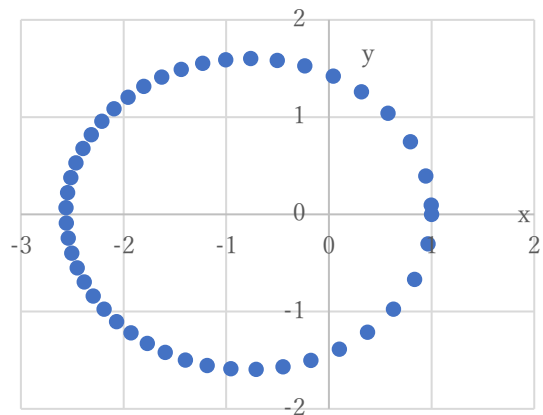


Fig.3 時間ステップの変化

4. まとめと今後の課題

エルミート法による惑星運動の計算プログラムを作ることができた。今後は衝突合体を導入しさらにより長期間、より多くの粒子での計算を実行することで、実際の微惑星から原始惑星への過程を再現する。その際の粒子数の密度変化、離心率の変化などの解析を行っていきたい。

5. 参考文献

[1] 井田茂, 中本泰史「惑星形成の物理」 共立出版 2015  
 [2] 井田茂 「系外惑星」 東京大学出版会 2007  
 [3] 富阪幸治, 花輪知幸, 牧野淳一郎 「シミュレーション天文学」 日本評論社 2007