

## 星による暗黒物質の捕捉率 Capture rates of dark matter particles by a star

○赤杉紗耶乃<sup>1</sup>, 二瓶武史<sup>2</sup>  
Sayano Akasugi, Takeshi Nihei

Abstract : We consider weakly interacting massive particles (WIMPs) as a candidate for dark matter particles. We calculate the capture rate of dark matter by a star, and discuss indirect signals of dark matter annihilations.

### 1 導入

1933年に天文学者 F. Zwicky が銀河団の質量についてビリアル定理による計算結果と観測値の間にずれが生じていることを指摘し、質量をもつ観測できない物質、暗黒物質の存在を提唱した。それ以来、暗黒物質の存在を暗示するような間接的な証拠がいくつも発見されており、存在する確率が高まってきている。暗黒物質の候補はいくつかあるが、今回は、脱結合時に非相対論的であり相互作用の強さが弱い、WIMP と呼ばれる素粒子に焦点を絞った。これが星に衝突したとき、星から脱出できず捕捉される確率についての論文 [1] をレビューして計算過程を確認するとともに、用いられている仮定の妥当性について考察する。

### 2 静止した星による WIMP の捕捉率

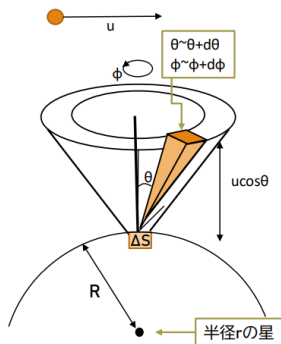


Fig. 1 The flux of WIMP going inward across an imaginably surface of radius R.

速度  $u$ 、個数密度  $f(u)$  の粒子が半径  $R$  の重力圏に角運動量  $J$  で落ち込むときのフラックスは次のように書ける [2].

$$dF = \frac{1}{4} f(u) u du \frac{dJ^2}{R^2 u^2} \quad (2.1)$$

星は厚さ  $dr$  の球殻であり、粒子は一定の速度  $w$  で球殻内を通り抜けると仮定すると、粒子が星を通り抜けるまでの時間はステップ関数を用いて次のように書

ける。

$$\frac{1}{w} \left[ 1 - \left( \frac{J}{rw} \right)^2 \right]^{-1/2} dr 2\theta(rw - J) \quad (2.2)$$

粒子が衝突によって速度が脱出速度  $v$  以下になる単位時間当たりの確率を  $\Omega_v^-(w)$  とすると、球殻内で捕まった粒子数は (2.1) 式, (2.2) 式を用いて

$$4\pi r^2 dr \frac{f(u) du}{u} w \Omega_v^-(w) \quad (2.3)$$

と書ける。これより単位体積当たりの捕捉率は

$$\frac{dC}{dV} = \int_0^\infty du \frac{f(u)}{u} w \Omega_v^-(w) \quad (2.4)$$

となる。

今仮定として、 $f(u)$  が等方的であり、星の温度が  $T=0$  であるとする。粒子の衝突によるエネルギー損失から  $\Omega_v^-(w)$  は

$$\Omega_v^-(w) = \frac{\sigma n}{w} \left( v^2 - \frac{\mu^2}{\mu} u^2 \right) \theta \left( v^2 - \frac{\mu^2}{\mu} u^2 \right) \quad (2.5)$$

となる。ただし  $\sigma$  は散乱断面積であり、星の構成物質の質量を  $m$ 、数密度を  $n$ 、粒子の質量を  $M$  として

$$\mu \equiv \frac{M}{m}, \quad \mu_{\pm} \equiv \frac{\mu \pm 1}{2} \quad (2.6)$$

としている。

粒子の個数密度  $f(u)$  は Maxwell-Boltzmann の速度分布関数から次のように書ける。

$$f_0(u) du = \frac{4x^2}{\pi^{1/2}} n_w \exp(-x^2) dx \quad (2.7)$$

ただし  $x$  は無次元速度、 $n_w$  は WIMP の数密度である。これより星が静止している場合の捕捉率は次のようになる。

$$\frac{dC_0}{dV} = \sqrt{\frac{6}{\pi}} \sigma n m_w \bar{v} \frac{v^2}{\bar{v}^2} \left[ 1 - \frac{1 - \exp(-A^2)}{A^2} \right] \quad (2.8)$$

ここで  $\bar{v}$  は粒子の速度分散であり、 $A^2$  は

$$\frac{1}{A^2} \equiv \frac{\mu_-^2}{\mu} \frac{2}{3} \frac{\bar{v}^2}{v^2} \quad (2.9)$$

となる。

1: 日大理工・院(前)・物理 2: 日大理工・教員・物理

### 3 運動する星による WIMP の捕捉率

星が速度  $\bar{v}$  で動いている時を考える. 式 (2.7) をガリレイ変換して新たに個数密度を定義する.

$$f_{\eta}(v) = f_0(v) \exp(-\eta^2) \frac{\sinh(2x\eta)}{2x\eta} dx \quad (3.1)$$

ただし,  $\eta$  は  $\bar{v}$  による無次元速度であり,  $v$  は粒子と星の相対速度である. これを式 (2.4) に代入すれば動く星による捕捉率が求まる.

$$\begin{aligned} \frac{dC_{\eta}}{dV} &= \sqrt{\frac{6}{\pi}} \sigma_{nw} \bar{v} \frac{v^2}{\bar{v}^2} \frac{1}{2\eta A^2} \\ &\times \left[ \left( A_+ A_- - \frac{1}{2} \right) [\chi(-\eta, \eta) - \chi(A_-, A_+)] \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} A_+ e^{-A_-^2} - \frac{1}{2} A_- e^{-A_+^2} - \eta e^{-\eta^2} \right] \end{aligned} \quad (3.2)$$

ここで,  $\chi(a, b) = \sqrt{\pi} [\text{erf}(b) - \text{erf}(a)]/2$ ,  $A_{\pm} \equiv A \pm \eta$  である.

粒子が星内部で散乱する確率がごくわずかである場合, 星全体で式 (3.2) を積分することで星全体での捕捉率を求めることができる. 以下のように無次元重力ポテンシャルを定義する.

$$\hat{\phi} \equiv \frac{v^2}{v_{\text{esc}}^2} \quad (3.3)$$

ここで  $v_{\text{esc}}$  は星表面からの脱出速度である. 式 (2.8) を利用して運動する星による捕捉率を計算するため, 以下の補正係数を導入する.

$$\xi_{\eta}(A) \equiv \frac{dC_{\eta}(A)/dV}{dC_0(A)/dV} \quad (3.4)$$

以上を用いて式 (2.4) を整理すると

$$\begin{aligned} C &= \left[ \left( \frac{8}{3\pi} \right)^{1/2} \sigma_{nw} \bar{v} \right] \left[ \frac{M_B}{m} \right] \\ &\times \left[ \frac{3v_{\text{esc}}^2}{2\bar{v}^2} \langle \hat{\phi} \rangle \right] [\xi_{\eta}(\infty)] \\ &\times \left[ \left\langle \frac{\hat{\phi}}{\langle \hat{\phi} \rangle} \left( 1 - \frac{1 - e^{-A^2}}{A^2} \right) \frac{\xi_{\eta}(A)}{\xi_{\eta}(\infty)} \right\rangle \right] \end{aligned} \quad (3.5)$$

となり, 文献 [1] と一致した.

### 4 地球・太陽それぞれによる捕獲率

具体的な地球の構成元素比率を用いて実際に式 (3.5) の積分を実行し, 地球に WIMP が衝突したとき最も強く散乱される WIMP の質量を調べた [3]. 計算には Mathematica (ver.13.3) を用いた. なお, WIMP の散乱断面積は以下のものを使用した.

$$\sigma = \frac{\mu}{\mu_+^2} Q^2 \frac{mM}{(\text{GeV})^2} \times 5.2 \times 10^{-40} \text{cm}^2 \quad (4.1)$$

ここで  $Q$  は,

$$Q \equiv N - (1 - 4\sin^2\theta_w)Z \approx N - 0.124Z \quad (4.2)$$

である ( $\theta_w$  は Weinberg 角,  $Z$  は陽子数,  $N$  は中性子数). 地球の場合の式 (3.5) は次のように書ける.

$$C = 4.0 \times 10^{16} s^{-1} \bar{\rho}_{0.4} \frac{\mu}{\mu_+^2} Q^2 f \left\langle \hat{\phi} \left( 1 - \frac{1 - e^{-A^2}}{A^2} \right) \xi_1(A) \right\rangle \quad (4.3)$$

$\bar{\rho}_{0.4}$  はハローにおける WIMP の密度,  $f$  は地球に対する各元素の質量割合,  $\langle \rangle$  は各元素の質量分布平均を表す.

以下は太陽の場合の式 (3.5) である.

$$C = 4.1 \times 10^{25} s^{-1} \bar{\rho}_{0.4} \frac{\mu}{\mu_+^2} Q^2 f \left\langle \hat{\phi} \left( 1 - \frac{1 - e^{-A^2}}{A^2} \right) \xi_1(A) \right\rangle \quad (4.4)$$

どちらも衝突した元素の質量とほぼ等しい質量をもつ WIMP の捕獲率が最も高くなることが確かめられる.

### 5 まとめ

WIMP を対象として星による捕獲率を計算した結果, 式 (3.5) が導出されることが確認できた. これに従って WIMP の衝突する星が地球, 太陽それぞれの場合であるときを想定し捕獲率を計算すると, 衝突した元素と同程度の質量をもつ WIMP が最も散乱率が高いという結果となり, WIMP の捕獲率は星の元素構造に依存しているということが確かめられた.

今回は簡単のため多くの仮定を置き議論を行ったため, 今後は複数回散乱を行う場合の捕獲率などより一般的な場合について考察していきたい.

### 参考文献

- [1] A. Gould : "Resonant enhancements in weakly interacting massive particle capture by the Earth", *Astrophys. J.*, vol. 321, pp571-585, 1987.
- [2] W. H. Press and D. N. Spergel, Capture by the Sun of a galactic population of weakly interacting massive particles, *Astrophys. J.*, vol. 296, pp679-684, 1985.
- [3] F. D. Stacey, "Physics of the Earth", Wiley, New York, 2nd ed., 1977.