

下部構造の水平振動を考慮した片持ち屋根の地震応答に関する研究

—片持ち屋根の張り出し長さと同転剛性が推定式に与える影響について—

Study on Seismic Response of Cantilevered Roofs under the Influence of the Structure

-The effect of cantilevered roofs overhang length and rotational stiffness on the estimated equation-

○宇賀神将¹, 高橋孝二²

* Syo Ugajin¹, Koji Takahashi²

Abstract: This paper presents a study to estimate the vertical response acceleration of cantilevered roofs considering the horizontal vibration of the substructure. A shape function different from previous studies is proposed and the accuracy of the response acceleration estimation is confirmed to be better.

1. はじめに

スタジアムを代表とする大型の片持ち屋根には水平方向の入力地震動で上下に大きな加速度が生じるため、下部構造の振動特性も考慮して設計する必要がある。本報では、文献 1)を参考に単層ラーメンに支持される片持ち屋根を対象とし、片持ち屋根の固有振動数 ω_R 、推定時の形状関数 $\psi(x)$ を文献 1)よりも厳密値と誤差が小さい形状関数 $\psi'(x)$ を採用し、片持ち屋根の応答加速度推定式の精度向上を試みる。また、片持ち屋根の張り出し長さや片持ち屋根基部の同転剛性が精度に与える影響も検討する。

2. 簡易モデルによる片持ち屋根の応答推定

2.1 解析モデルについて

文献 1)は基礎的な応答特性を分析することを目的としているため、本報でも Fig.1 に示す単層弾性解析モデルを用いて検討する。単層ラーメンに支持される片持ち屋根を想定し、高さ 5m, スパン 5m に対して、片持ち屋根の固有周期が告示スペクトルの加速度一定領域に含まれるように定めている。片持ち屋根の張り出し長さは $L=5m, 10m, 15m$ の 3 種類とした。

柱脚は固定、柱頭と梁は剛接合とする。片持ち屋根と下部構造の梁の断面は同一とし、固有値解析で得られる片持ち屋根の固有周期が告示スペクトルの加速度一定領域に含まれるように定める。部材諸元を Table 1 に示す。柱の水平剛性をパラメトリックに変化させ、下部構造の水平振動が片持ち屋根の応答に与える影響を確認する。下部構造の梁重量を 36kN/m、片持ち屋根の重量を 5.88kN/m、柱の重量を 3kN/m とする。

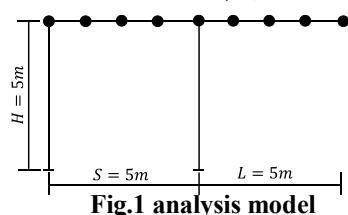


Table1 Parameters

単層モデル	L=5m	L=10.0m	L=15.0m
断面積 (cm ²)	梁 99.5 柱 75.0-274.5	207.5	320.8
断面2次モーメント (cm ⁴)	梁 21000 柱 2460-373171.1	168000	438000
ヤング係数 (kN/mm ²)	205		

2.2 片持ち屋根の固有振動数の推定

文献 2)を参考に u_1, u_2 を自由度とする L 字 2 質点系に簡略化したモデルを Fig.2 に示す。縮約には等価線形化法を適用した。縮約 1 質点モデルの固有周期 T_{eq} は、任意の水平荷重を与え、層の水平剛性から求めた。片持ち屋根の変位関数 $v(x)$ の模式図を Fig.3 に示す。片持ち屋根の固有周期 T_R は Fig.3 に示すように $v(x)$ から算定する。同転剛性 K_θ は片持ち屋根基部に単位曲げモーメントを与えて算出する。Fig.3 のように片持ち屋根の $v(x)$ を仮定することで、エネルギー保存の法則に基づくレイリー法²⁾から ω_R を算定できる。位置エネルギー E_{S0} と運動エネルギー E_{K0} はそれぞれ式(1)、式(2)で表せる。 w は等分布力で K_R, K_{eq} はそれぞれ片持ち屋根、下部構造の等価剛性である。

$$E_{S0} = \frac{1}{2} \int_0^L w \cdot v(x) dx \quad (1)$$

$$E_{K0} = \frac{1}{2} \int_0^L m(x) [\dot{v}(x)]^2 dx \quad (2)$$

ここに、 $\dot{v}(x) = \omega_R v(x)^2$ を用いると、 ω_R は式(3)となる。

$$\omega_R = \sqrt{\frac{\int_0^L w \cdot v(x) dx}{\int_0^L m(x) [v(x)]^2 dx}} \quad (3)$$

文献 1)の $v(x)$ を求める $\psi(x)$ は式(4)だが、本報では厳密値との誤差がさらに小さい $\psi'(x)$ の式(5)を採用する。

$$\psi(x) = 1 - \cos \frac{\pi}{2L} x \quad (4)$$

$$\psi'(x) = \frac{3}{2L^2} x^2 - \frac{x^3}{2L^3} \quad (5)$$

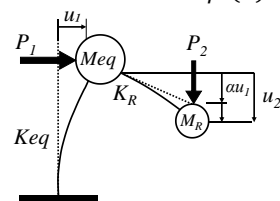


Fig.2 Contraction model

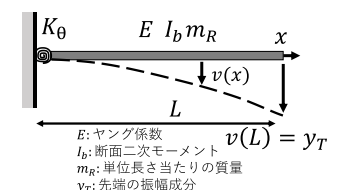


Fig.3 Cantilever roof

1 : 日大理工・院(前)・海建 2 : 日大理工・教員・海建

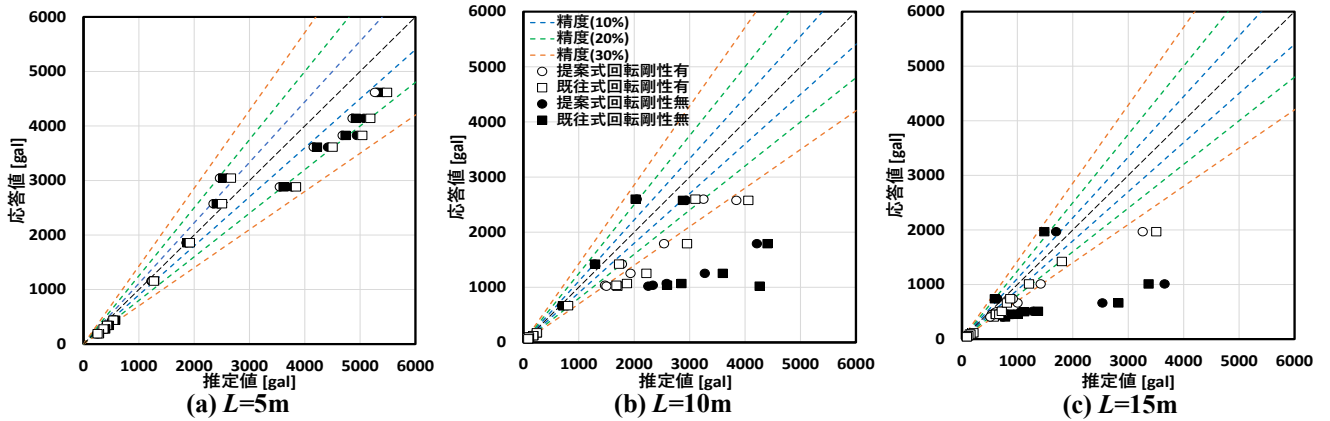


Fig.4 Estimation of acceleration Eq.13

提案した $\psi'(x)$ による $v_\theta(x)$, $\omega_{R\theta}$ を式(6), 式(7)に示す.
 また, 回転剛性が推定式に与える影響を確認するために回転剛性を考慮した場合(以下, 回転剛性有)と考慮しない場合(以下, 回転剛性無)の比較も行う. 回転剛性無の $v(x)$, ω_R を式(8), 式(9)に示す.

$$v_\theta(x) = y_T \left(\frac{3}{2L^2} x^2 - \frac{x^3}{2L^3} + \frac{4EI}{KL^2} x \right) \sin \omega_R t \quad (6)$$

$$\omega_{R\theta} = \sqrt{\frac{\frac{3}{8EI} L + \frac{2}{K_\theta}}{m \frac{1}{8E^2 I^2} \left(\frac{33}{140} L^5 + \frac{11EI}{5K_\theta} L^4 + \frac{16E^2 I^2}{3K_\theta^2} L^3 \right)}} \quad (7)$$

$$v(x) = y_T \left(\frac{3}{2L^2} x^2 - \frac{x^3}{2L^3} \right) \sin \omega_R t \quad (8)$$

$$\omega_R = \sqrt{\frac{EI}{m} \cdot \frac{140}{11L^4}} \quad (9)$$

2. 3 片持ち屋根の応答加速度推定式

L字2質点系に外力 P_1, P_2 が作用したときの変形(Fig.2)から全ポテンシャルエネルギー V は

$$V = \frac{1}{2} K_{eq} u_1^2 + \frac{1}{2} K_R (u_2 - \alpha u_1)^2 - P_1 u_1 - P_2 u_2 \quad (10)$$

V の停留条件より剛性マトリックスを誘導し, 水平方向の入力地震動 \ddot{u}_0 に対する運動方程式は

$$\begin{bmatrix} M_{eq} & 0 \\ 0 & M_R \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{eq} + \alpha^2 K_R & -\alpha K_R \\ -\alpha K_R & K_R \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} M_{eq} & 0 \\ 0 & M_R \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \end{Bmatrix} \ddot{u}_0 \quad (11)$$

式(11)をモード展開し, SRSS法による応答スペクトル法から屋根質点の鉛直応答加速度 A_R を得る.

$$A_R = \sqrt{\sum_{i=1}^2 \left[\frac{\frac{\alpha}{1 - \left(\frac{\omega_i}{\omega_R}\right)^2} S_{Ai}(T_i, h_i)}{1 + \left\{ \frac{\alpha}{1 - \left(\frac{\omega_i}{\omega_R}\right)^2} \right\}^2 \frac{1}{R_M}} \right]^2} \quad (12)$$

ここに, i は次数($i=1,2$), ω_i は固有角振動数, $S_{Ai}(T_i, h_i)$ は周期 T_i , 減衰 h_i の加速度スペクトル, $R_M = M_{eq}/M_R$ である.

以上によって得られた屋根質点の応答加速度 A_R から片持ち屋根先端の応答加速度 A_V を式(13)で推定する.

$$A_V = \beta_T A_R \quad (13)$$

ここに, β_T は式(6),式(8)で与えた変位関数から得られる片持ち屋根先端の刺激関数である.

3. 推定値と解析値の比較

縦軸に Fig.1 の時刻歴応答解析結果, 横軸に式(13)で推定した値をプロットしたものを Fig.4 に示す.

入力地震波は標準三波の地動最大加速度 50cm/sec に基準化した波の計3波とした。減衰定数はレイリー減衰を採用し1次, 2次ともに0.02とする。

$L=5m$ のモデルでは回転剛性無も, 回転剛性有も同様の推定値となった。しかし, $L=10m, 15m$ では回転剛性有では推定誤差が概ね30%に収まるが, 回転剛性無は推定誤差が50~70%と大きくなるのが Fig.4 から分かる。片持ち屋根の張り出し長さによっては, 片持ち屋根基部の回転剛性を考慮せずに精度良く推定できる。

また, 提案した形状関数による推定値は文献1)による推定値と比べて, 約10%精度が良くなっていることが分かった。さらに, 各モデルとも推定値の方が応答値より大きい場合で安全側に推定できる。

4. まとめ

本報では, 新しい形状関数 $\psi'(x)$ を採用することで片持ち屋根の応答加速度推定式の精度が向上することを確認できた。さらに, 張り出し長さが5m程では回転剛性を考慮しなくても精度良く推定でき, 10m以上では回転剛性を考慮する必要があることも確認した。

5. 参考文献

- 1) 荒井: 主架構の振動特性を考慮した大スパン片持ち屋根の地震応答に関する研究, 日本建築学会構造系論文集, 2019.8
- 2) Anil K. Chopura, 渡部丹, 石山祐二: Chopura 構造物の動的解析-基礎から応用まで- 改訂2版, 2002
- 3) 日本建築学会: ラチス屋根構造設計指針, 2016