

## 準ハロー軌道を用いた宇宙機のフォーメーションフライト

### Formation Flight of Spacecrafts Using Quasi-Halo Orbit

○飯浜聖<sup>1</sup>, 内山賢治<sup>2</sup>, 増田開<sup>2</sup>

\*Syo Iihama<sup>1</sup>, Kenji Uchiyama<sup>2</sup>, Kai Masuda<sup>2</sup>

In this study, we examine the effectiveness of Quasi halo orbit for spacecraft formation flights. QHO attract attention for formation flying of several spacecrafts for observation of astronomical objects. QHO is torus which wrap around a halo orbit, and it is expected to enable formation maintenance with low-thrust propulsion. The center manifold method is effective for computing QHO. The four-body problem, which closely resembles an actual space model, is solved to demonstrate the effectiveness of formation flight using quasi-halo orbits.

#### 1. 緒言

地球・月系におけるL2点周りのハロー軌道は様々な観測ミッションに使用されている。技術の進歩により要求されるミッションは高度なものになり、高精度な観測精度が求められるようになってきている。そこで期待されているのが小型衛星を複数機用いたフォーメーションフライト(FF)による観測である。

ハロー軌道上でのFFとして、準ハロー軌道(QHO)を用いたFFが注目を集めている<sup>[1]</sup>。QHOはハロー軌道の周りを周回するような軌道であり、低推力でのフォーメーション維持が期待されている軌道である。これまで行われてきたQHOについての先行研究は円制限三体問題を解いたものが多く、より実際の宇宙空間に近い円制限四体問題(CR4BP)について解いているものはない。

そこで、本研究では地球・月・太陽・宇宙機の4体について考たCR4BPにおける準ハロー軌道の導出を中心多様体法を用いて行う。さらに、求めた準ハロー軌道に対してiLQRを用いた軌道制御<sup>[2]</sup>を行い、準ハロー軌道を用いたFFが有効であることを検証する。

#### 2. CR4BP

本研究ではFigure 1のような地球と月の重心を原点とした運動座標系を取り扱う。太陽は原点周りを等速円運動しているとする。 $D$ は地球と月の距離、 $D_E, D_M, a_S$ は地球、月、太陽と原点の距離、 $M_E, M_M, M_S$ は地球、月、太陽の質量、 $\mathbf{r}, \mathbf{r}_E, \mathbf{r}_M, \mathbf{r}_S$ は運動の原点、地球、月、太陽から宇宙機へのベクトル、 $\mathbf{n}$ は角速度である。代表質量 $M_E + M_M$ 、代表距離 $D$ 、代表時間 $n$ で無次元化された宇宙機の運動方程式は次のようになる。式(1)~(3)で $\rho$ は月の質量を代表質量で割ったもの、 $\hat{M}_S$ は太陽の質量を代表質量で割ったものである。

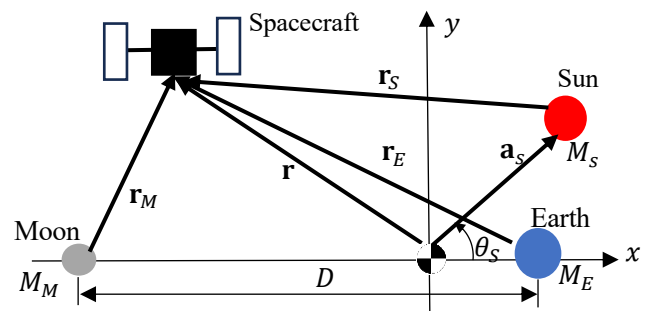


Figure 1. Circular restricted four body problem

$$\ddot{x} - 2\dot{y} - x = -\frac{(1-\rho)(x+\rho)}{r_E^3} - \frac{\rho(x-1+\rho)}{r_M^3} - \frac{\hat{M}_S(x-x_S)}{r_S^3} - \frac{\hat{M}_S x_S}{a_S^3} \quad (1)$$

$$\ddot{y} + 2\dot{x} - y = -\frac{(1-\rho)y}{r_E^3} - \frac{\rho y}{r_M^3} - \frac{\hat{M}_S(y-y_S)}{r_S^3} - \frac{\hat{M}_S y_S}{a_S^3} \quad (2)$$

$$\ddot{z} = -\frac{(1-\rho)z}{r_E^3} - \frac{\rho z}{r_M^3} - \frac{\hat{M}_S(z-z_S)}{r_S^3} - \frac{\hat{M}_S z_S}{a_S^3} \quad (3)$$

また、太陽は以下の式で示される無次元公転速度 $\hat{\theta}'_S$ で原点周りを回転しているものとする。ただし、 $n_E, n_M$ は地球と月の平均運動である。

$$\hat{\theta}'_S = 1 - \frac{n_E}{n_M} \quad (4)$$

#### 3. 中心多様体法

多体問題に中心多様体法を用いるためにはまずフロケ・リアプノフ変換により座標変換をする必要がある。以下のような誤差システムを考える。

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{q}_h + \mathbf{q}_e \quad (5)$$

状態量 $\mathbf{q}_h$ は $\mathbf{q}_h(t+T) = \mathbf{q}_h(t)$ を満たす周期 $T$ の周期解であり、 $\mathbf{x}$ は $\mathbf{q}_h$ から $\mathbf{q}_e$ だけずれた状態量とする。この式にテイラー展開を用いて整理すると以下ようになる。

$$\dot{\mathbf{q}}_e(t) = \mathbf{A}(t)\mathbf{q}_e(t) + \mathbf{N}(t, \mathbf{q}_e) \quad (6)$$

$$\mathbf{N}(t, \mathbf{q}_e) = f(\mathbf{q}_h + \mathbf{q}_e) - f(\mathbf{q}_h) - \mathbf{A}(t)\mathbf{q}_e \quad (7)$$

である。式(6)に対してフロケ・リアプノフ変換を行う。フロケ・リアプノフ変換は座標変換行列 $\mathbf{S}(t)$ を用いて時変システムを時不変システムに変換する手法である。座標変換として以下の式を考える。

$$\mathbf{q}_e(t) = \mathbf{S}(t)\hat{\mathbf{q}}_e(t) \quad (8)$$

式(6)に式(8)を用いて座標変換すると次のようになる。

$$\dot{\hat{\mathbf{q}}}_e(t) = \hat{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{q}}_e(t) + \hat{\mathbf{N}}(t) \quad (9)$$

ここで

$$\hat{\mathbf{S}}(t) = \mathbf{A}(t)\mathbf{S}(t) - \mathbf{S}(t)\hat{\mathbf{A}} \quad (10)$$

$$\hat{\mathbf{N}}(t) = \mathbf{S}(t)\hat{\mathbf{N}}(t) \quad (11)$$

である。式(9),(10)の $\hat{\mathbf{A}}$ はフロケ要素と呼ばれるもので、これを式(9)のシステム行列とする。フロケ要素はモノドロミー行列 $\mathbf{M}$ を用いて次式から求めることができる。

$$\mathbf{M} = e^{\hat{\mathbf{A}}T} \quad (12)$$

式(9)を対角化して以下のようなシステムにする。

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + X(t, x, y, z) \\ \dot{y} = By + Y(t, x, y, z) \\ \dot{z} = Cz + Z(t, x, y, z) \end{cases} \quad (13)$$

ハロー軌道において式(13)は $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^4$ ,  $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$ となる。 $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}$ はそれぞれ固有値の実部が負、 $\mathbf{0}$ , 正の値である。これに対して関数列 $x_k, y_k, z_k$ を式(14)で定義する。

$$\begin{bmatrix} x_{k+1} \\ y_{k+1} \\ z_{k+1} \end{bmatrix} (t, \mathbf{y}_0) = \begin{bmatrix} \int_{-\infty}^t e^{A(t-s)} X(s, x_k, y_k, z_k) ds \\ e^{\mathbf{B}t} \mathbf{y}_0 + \int_0^t e^{\mathbf{B}(t-s)} \mathbf{Y}(s, x_k, y_k, z_k) ds \\ \int_t^{\infty} e^{\mathbf{C}(t-s)} Z(s, x_k, y_k, z_k) ds \end{bmatrix} \quad (14)$$

ここで $x_1(t, \mathbf{y}_0) = 0, y_1(t, \mathbf{y}_0) = e^{\mathbf{B}t} \mathbf{y}_0, z_1(t, \mathbf{y}_0) = 0$ である。このとき、十分小さい $|\mathbf{y}_0|$ に対して関数列 $[x_{k+1}, y_{k+1}, z_{k+1}]^T$ は $k \rightarrow \infty$ で一様に収束し、 $k \rightarrow \infty$ としたときの $[x_k, y_k, z_k]^T$ は中心多様体の解となる。

#### 4. 数値シミュレーション

本研究で用いた各天体のパラメータを Table 1 に示す。中心多様体法を用いて準ハロー軌道を求めると Figure 2 のようになった。求めた準ハロー軌道を参照軌道として宇宙機に iLQR を用いて軌道制御を行った。結果を Figure 3,4 に示す。Figure 4 の制御入力は無次元化された値であり、必要な最大の推力は 100 kg 級の衛星で $10^{-3}$  N ほどで、実現可能な値であるといえる。

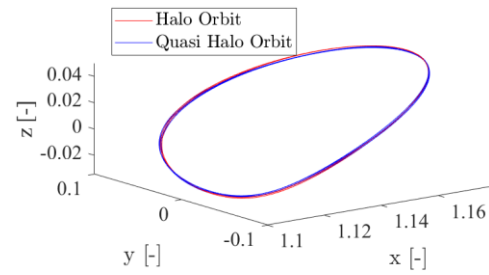


Figure 2. Quasi halo orbit

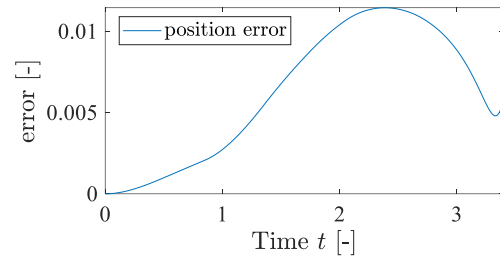


Figure 3. Position error (with iLQR)

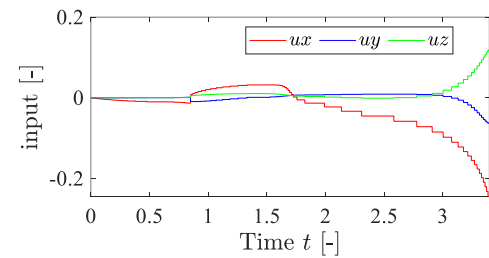


Figure 4. Control Input

#### 5. 結言

中心多様体法を用いて求めた準ハロー軌道に iLQR を用いて軌道制御を行った。その結果、準ハロー軌道を用いた宇宙機のフォーメーションフライトが有効であること検証した。

Table 1. Parameters used in numerical simulation

	$M_M$ [kg]	$7.348 \times 10^{22}$
Mass	$M_E$ [kg]	$5.972 \times 10^{24}$
	$M_S$ [kg]	$1.988 \times 10^{30}$
	$D_0$ [km]	$3.847 \times 10^5$
Distance	$a_s$ [km]	$1.496 \times 10^5$

#### 参考文献

- [1] Keisuke Nagata, Noboru Sakamoto, Yuuta Habaguti: Center manifold method for the orbit design of the restricted three body problem, IEEE(CDC), 2015
- [2] Brian Jackson, Taylor Howell, "iLQR Tutorial", Robotic Exploration Lab, Stanford University, 2019