

K-41

## ハイブリッドロケットの燃焼特性の推定のための実践による習熟 Practice-based Learning for Estimating the Combustion Characteristics of Hybrid Rockets

○松永幹太<sup>1</sup>, 嶋田徹<sup>2</sup>, 高橋晶世<sup>2</sup>\*Kanta Matsunaga<sup>1</sup>, Toru Shimada<sup>2</sup>, Akiyo Takahashi<sup>2</sup>

This paper focuses on a practical exercise for self-position estimation by measuring latitude and longitude, demonstrating the application of the Kalman filter in a concrete scenario. Additionally, it briefly discusses the future potential of the Kalman filter in hybrid rockets, where it could enhance thrust control performance through maximum likelihood estimation of combustion characteristics based on combustion pressure measurements.

### 1. 研究背景と目的

ハイブリッドロケットは化学ロケットの一種であり、固体燃料と液体または気体の酸化剤を使用して推力を生み出す。燃料と酸化剤が異なる相で分離されているため、安全性が重要な特性として挙げられる。さらに、酸化剤の流量調整によりエンジンの出力制御、停止、再着火が可能であり、推力制御の柔軟性も兼ね備えている。

推力制御の性能向上にはロケットの燃焼状態の正確な把握が不可欠である。しかし、高温環境下で物理的センサを使用することには限界があるため、燃焼室圧力の測定を利用し、通常測定が困難な O/F 比や燃料後退速度などの燃焼特性を最尤推定法を用いて推定する。この推定には、自動車の自動運転や宇宙船の軌道推定にも採用されているカルマンフィルタが用いられる。ただし、カルマンフィルタのハイブリッドロケットへの適用は未だ限られており、その効果の検証はこれからの課題である。

本研究はカルマンフィルタがハイブリッドロケットに対してどの程度の有効性を持つかを検証するとともに、カルマンフィルタの扱いを改善する手法を開発することを目的とする。

### 2. カルマンフィルタ

カルマンフィルタは、時系列データや動的システムの状態を状態空間表現を用いて推定する方法であり、物理シミュレーションとは根本的に異なるアプローチを採る。このフィルタは、システムの状態および観測データを正規分布に従う確率変数として扱い、最小二乗推定を逐次的に行う。各時刻での状態推定値は平均値として、その確らしさは分散で表される。

カルマンフィルタの計算プロセスには、予測ステップと更新ステップが含まれる<sup>[1]</sup>。予測ステップでは時

系列モデルを用いて未来の状態を予測し、更新ステップではそのモデルと最新の観測値 $y(k)$ を組み合わせる状態推定を行う。

さらに、拡張カルマンフィルタ (EKF) は、ハイブリッドロケットの燃焼特性のような非線形システムのダイナミクスを線形化し、効果的な状態推定を可能にする。

### 3. 実践による習熟方法

カルマンフィルタの具体的な理解を深めるため、初めに簡単な適用例を通じて実践的な習熟を目指した。具体的な適用例として、GPS を活用した緯度と経度の測定に基づく自己位置推定を選定した。

### 4. 適用するモデル

線形離散時間状態空間モデルおよび観測方程式にカルマンフィルタを適用する。今回の状態方程式は以下の通りである：

$$r(k+1) = r(k) + u_0 \Delta t + v(k)$$

ここで $r(k)$ は出発地点からの距離を示し、 $v(k)$ はプロセスノイズである。このノイズは平均値がゼロで共分散行列  $Q$  の正規分布に従う白色雑音である。 $u_0 \Delta t$  は外部制御量で、 $u_0 = 0.8 [m/s]$  が速度、 $\Delta t = 1 [s]$  が時間ステップを表す。

次に観測方程式は以下の通りである。

$$\begin{pmatrix} \text{lon}(k) \\ \text{lat}(k) \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \text{lon}(0) \\ \text{lat}(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 180 \cos \theta \\ R_E \pi \\ 180 \sin \theta \\ R_E \pi \end{pmatrix} r(k) + w(k)$$

ここで $\text{lat}(k)$ および $\text{lon}(k)$ は現地点での緯度および経度を表し、 $\text{lat}(0) = 35.72576751$ 、 $\text{lon}(0) = 140.0570361$ は初期地点での緯度及び経度である。 $R_E = 6371 [km]$ は地球の平均半径を示し、 $w(k)$ は平

1 : 日大理工・学部・航宇 2 : 日大理工・教員・航宇

均値がゼロで共分散行列が  $R$  の正規分布に従う白色雑音である。

### 5. 測定方法

測定には「Phyphox」スマートフォンアプリを使用し、等速で1秒間に1歩のペースで200秒間まっすぐ歩き、100歩で折り返す条件で50回実施した。実際の歩行場所を Figure 1 に示す。

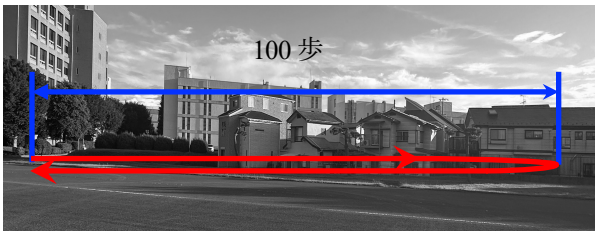


Figure 1. Actual locations walked

### 6. 計算結果

GPS による緯度経度測定から求めた出発地点からの距離を Figure 2 に示す。測定の開始直後の急激な立ち上がりは、移動開始時の GPS 誤差に起因する。また、折り返し地点のずれや 200 秒を超える歩行時間は、歩行方法の誤差によると考えられる。

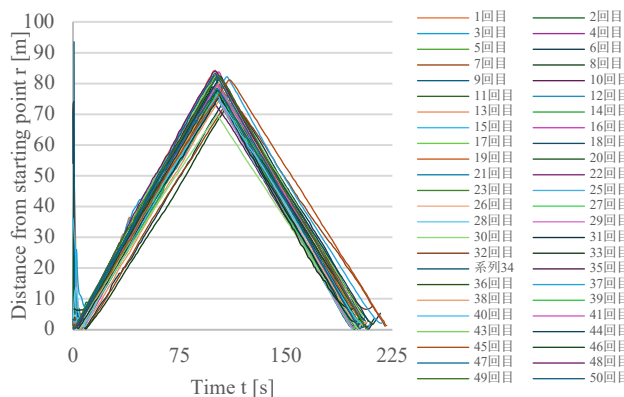


Figure 2. distance from starting point calculated from latitude and longitude measurements

### 7. 適用結果例

測定された緯度経度データにカルマンフィルタを適用し、特徴的な2つのケースを分析した。

Figure 3 は 9 回目の GPS 測定結果を示しており、測定誤差が大きい。青い線は実際の観測データから計算された値を、黒い線はモデル予測値を示している。それ以外の線はカルマンフィルタによる推定値である。赤の太線は、プロセスノイズ共分散行列  $Q = 0.01$  と観測ノイズ共分散行列  $R = 1 \times 10^{-10}$  を使用した場合の推定結果を表す。これらの  $Q$  と  $R$  は観測データから算出した共分散と同オーダーである。初期の観測誤差が

大きくても逐次計算されるごとに観測データによっていく推定結果が得られた。

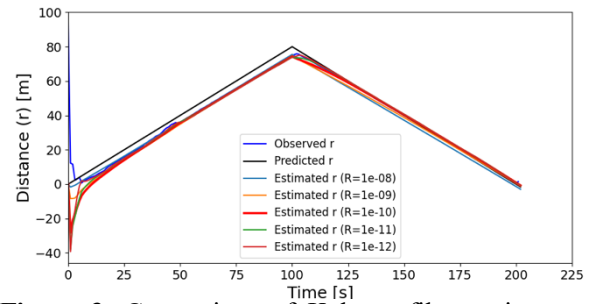


Figure 3. Comparison of Kalman filter estimates when varying the calculated distance  $r$  and the observed noise variance  $R$  (9th  $Q=0.01$ )

Figure 4 は歩き方による誤差が顕著は 36 回目の測定結果を示している。こちらにも実際の共分散の値を用いた計算を施し、観測データへの適合が良好であることが確認できる。

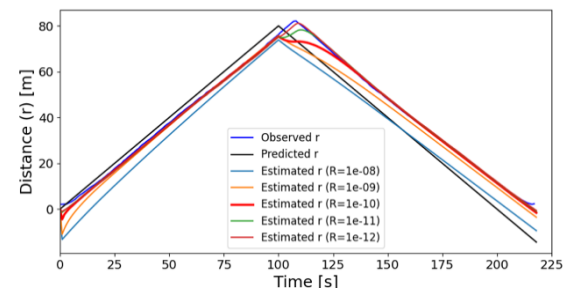


Figure 4. Comparison of Kalman filter estimates when varying the calculated distance  $r$  and the observed noise variance  $R$  (36th  $Q=0.01$ )

### 8. まとめと今後の方針

カルマンフィルタを用いた実践を通じて、プロセスノイズ共分散行列  $Q$  や観測ノイズ共分散行列  $R$  などのパラメータの理解が深まった。実測値から導出した共分散値を用いることで、観測データによりフィットする結果が得られることが確認された。緯度経度測定を用いた自己位置推定の実践は、カルマンフィルタの理解を深める有効な手法である。次のステップとして、拡張カルマンフィルタをハイブリッドロケットの推定に適用し、燃焼特性のダイナミクスをモデル化して推定を行う予定である。

### 9. 参考文献

[1] 足立修一, 丸田一郎:「カルマンフィルタの基礎」, 東京電機大学出版局, 2012.