

K-46

変分自己符号化器を用いた混合振動モードの位相空間への写像に関する研究  
 Study on Mapping MMO to Phase Space Using Variational Auto-Encoder

○倉田空輝<sup>1</sup>, 久保公貴<sup>1</sup>, 和泉京助<sup>1</sup>, 金森雄大<sup>2</sup>, 齊藤允教<sup>3</sup>, 田辺光昭<sup>3</sup>

\*Takaki Kurata<sup>1</sup>, Koki Kubo<sup>1</sup>, Kyosuke Izumi<sup>1</sup>, Yudai Kanamori<sup>2</sup>, Masanori Saito<sup>3</sup>, Mitsuaki Tanabe<sup>3</sup>

The possibility of reconstructing a low-dimensional phase space from a high-dimensional phase space of Mixed-Mode-Oscillations (MMO) using Variational Auto-Encoder (VAE) is discussed. The attractors of the solution space showing high and low amplitude modes are color-coded, and the reconstruction of the phase space is examined after the mapping. It can be confirmed that each mode is maintained after the reconstruction. However, it is difficult to identify the vibrational state due to torsion and inward intrusion in terms of topology. Therefore, the study method remains a challenge.

1. 緒言

ロケット燃焼器内等の乱流燃焼場では燃焼器に損傷を与える燃焼振動が発生することがある。この振動は、非線形現象であり未解明な点が多い。Sujith らは、乱流燃焼器内で当量比を連続的に変化させていく際に、圧力が安定状態の低振幅から不安定状態の高振幅へ急激的に遷移する Canard explosions が生じていることを観測した<sup>[1]</sup>。また、同時に振動の各周期で低振幅と高振幅を繰り返す混合振動モード(MMO: Mixed-Mode-Oscillations)が生じることを観測した<sup>[1]</sup>。燃焼振動の解析法として、近年、燃焼振動の解析法として生成 AI を用いた手法が注目されている。田辺は、変分自己符号化器(VAE: Variational Auto-Encoder)を用いてリミットサイクルへ緩やかに遷移する燃焼振動の状態特定が可能な位相空間を取得した。この際、非線形かつ高次元な現象に拡張されていた振動状態が位相空間にて再構築可能なことを明らかにした<sup>[2]</sup>。しかし、非線形かつ高次元な現象に拡張されていた MMO が位相空間にて再構築可能なことが明らかにされていない。金森らは非線形かつ高次元な現象に拡張されていたローレンツアトラクターの特徴の一部を VAE から得た位相空間で再構築可能なことを明らかにした<sup>[4]</sup>。連続かつ、アトラクターの折り重なりを持つローレンツアトラクターにて特徴の一部が再構築可能であった点から、軌道の折り重なりが単調で連続現象である MMO についても同様の再構築についても VAE の適用可能性が考えられる。本報では、非線形かつ高次元な現象に拡張されていた MMO の位相空間の再構築に対する VAE の適用可能性を議論した。議論する上で、MMO を示す代表的な状態の再構築先のアトラクターを調査した。

2. VAE の学習データと解析方法

VAE の入力には、MMO を示す時間発展方程式の解の組合せを用いた。これらから得た解である  $x, y, z$  の組み合わせで構成された時系列データを学習モデルとする。解を組み合わせたモデルは反応性流体力学の支配方程式にて用いられる非線形項のみを模擬した。入力に用いた組み合わせを表 1 に示す。C は任意の定数とする。MMO の機構は、高振幅モードを示す大きなアトラクターと低振幅モードを示す小さなアトラクターと別モードへ遷移するアトラクターの 3 箇所構成される。この 3 箇所を示すアトラクターを色分けした。赤色が高振幅モード、青色が低振幅モード、黒色が遷移過程を示している。この 3 箇所が位相空間へ再構築されていることを写像前後で比較をした。

Table 1 Training data used for VAE

Reference of ODE	Xiujing Han et al. <sup>[3]</sup>
Nonlinear term	$xy, yz, zx, xy^2, yz^2, zx^2, yx^2, zy^2, xz^2$ $x(y+z), y(z+x), z(x+y), mxy, +xy^2, myz + yz^2,$ $mzx + zx^2, xy + mxy^2, yz + myz^2, zx + mzx^2$

1 : 日大理工・学部・航宇 2 : 日大理工・院(前)・航宇 3 : 日大理工・教員・航宇

### 3. 結果および考察

Fig.1の左図はMMOを示した位相空間、右図はVAEから再構築した位相空間を示している。以降の軌道は、赤色と緑色が高振幅モードの過程、青色が低振幅モードの過程、黒色が遷移過程を示している。Fig.2は入力データの一部の非線形項を位相空間に写像したものになる。Fig.1の右図は左図と同様にそれぞれのモードを示しているのが確認できる。しかしながら、赤の高振幅モードが緑の高振幅モードの内側に入り込んでいるのが確認できる。これは、ねじれだと判断されるので同様の振動状態の特定が困難である。これらは、Fig.2が示している入力データに引っ張られてねじれや入り込みが発生しているのだと考えられる。そのため、学習方法に課題が残る結果となった。

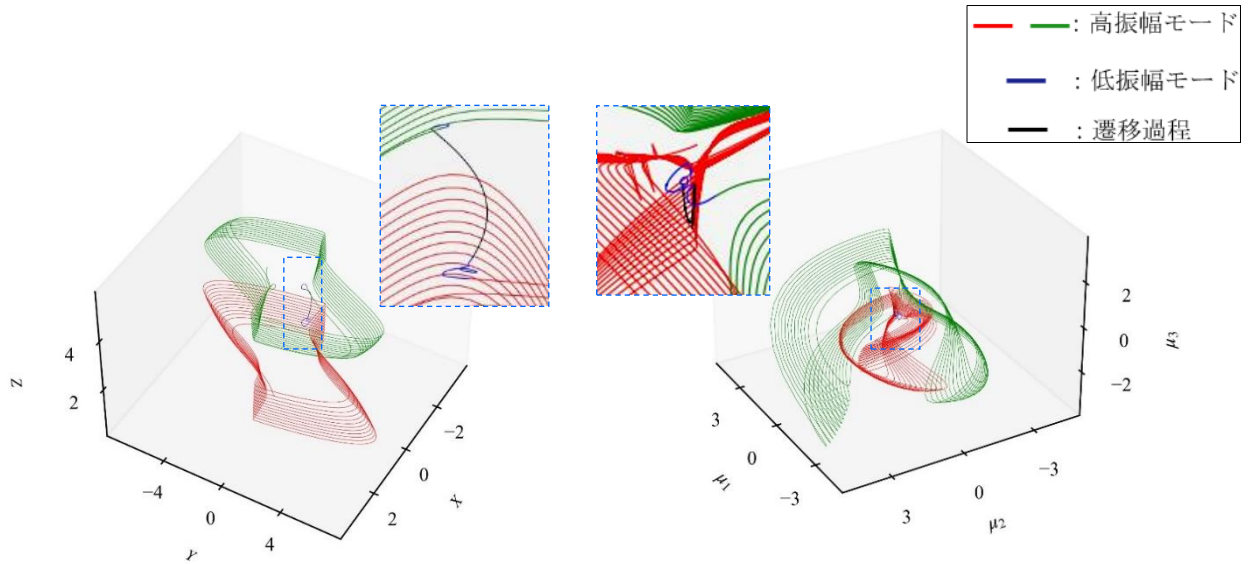


Figure.1 Phase space with MMO  
(Left: Solution space, Right: Mapped onto VAE)

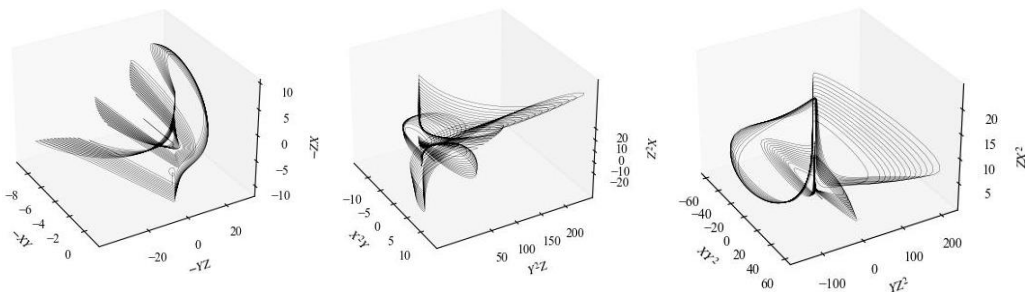


Figure.2 Phase space with Nonlinear term

### 4. まとめ

非線形かつ高次元な現象に拡張されていたMMOの位相空間の再構築に対するVAEの適用可能性を明らかにした。MMOの位相平面は、入力データからねじれや内側に入り込みが発生しているので再構築後の振動状態特定が困難であることが明らかとなった。そのため、学習に課題が残る結果となった。

### 5. 参考文献

[1] R.I.Sujith et al.: “Canard explosions in turbulent thermo-fluid systems”, AIP, 123-QED, 2024  
 [2] 田辺光昭: 「深層自己符号化器を用いた燃焼ダイナミクスの低次元化解析」, 日本燃焼学会誌, 第63巻, 203号, p.21-29, 2021  
 [3] Xiujing, H et al.: “Slow passage through canard explosion and mixed-mode oscillations in the forced Vander Pol’s equation”, Springer Science Business Media, 2011  
 [4] 金森雄大: 「深層自己符号化器を用いた間欠現象の位相空間に関する研究」, 熱工学コンファレンス, 2024