

Asymptotically flat 2d spacetimes with multiple injections

Asymptotically flat 2d spacetimes with multiple injections

○ 齊藤佑太*¹
*Yuuta Saito¹

Abstract: In the paper [1], the black hole information paradox [2] is discussed, which claims that there is an inconsistency with the unitarity. The paper uses asymptotically flat two-dimensional black hole spacetimes, and an energy injection causes a formation of a black hole. We discuss the approach to construct the spacetimes with multiple injections.

1. 背景と目的

量子重力を理解するための舞台にブラックホール (BH) 時空がある。この時空中で量子論を考慮した時、BH から熱的な輻射が生じると言われている [3]。この輻射によって BH はエネルギーを失い蒸発していくため、BH 周りの時空はその影響を受けて変化する。4次元の場合にその影響を考慮して解析することは困難であるが、2次元のディラトン重力理論の場合はその影響を考慮して解析することができる。ここでディラトンはスカラー場の1種で、2次元重力にダイナミクスを与える。このような理論を用いることで、BH 情報喪失問題 [2] などの BH に関する物理を解析できる。

本講演でも2次元ディラトン重力理論を扱う。その中でも RST 模型 [4] を用いる。そして時空は漸近的に平坦な BH 時空とする。ただし、この時空は多重なエネルギー入射を含む。1度のエネルギー入射を含む場合には [1] で行われており、今回はその時空の一般化である。さらに重力と結合する物質場として、共形不変な場を用いる。ただしディラトンは結合させない。本講演の目的は入射回数を一般化した時空に対して、上記の理論で BH 解の構成、そしてその解について解析・考察を試みることである。第2章で1度だけエネルギー入射を行った場合、つまり [1] のレビューを行う。第3章では2章と同様な手続きでエネルギー入射回数を一般化した時空について述べる。

2. 1度のみエネルギー入射をした時空 ([1] のレビュー)

BH の蒸発によるバックリアクションを取り入れた有効作用 $-i \log Z$ は CGHS 模型 [5] の作用 I_{CGHS} と非局所 Polyakov 項 I_{Polyakov} 、RST 項 I_{RST} 、物質場の寄与 $\log Z_{\text{matter}}$ を用いて、

$$-i \log Z = I_{\text{CGHS}} + I_{\text{Polyakov}} + I_{\text{RST}} - i \log Z_{\text{matter}}, \quad (1)$$

と記述される。そして物質場以外の作用は以下のように記述される：

$$I_{\text{CGHS}} = \frac{1}{2\pi} \int d^2x \sqrt{-g} e^{-2\phi} \{R + 4(\nabla\phi)^2 + 4\}, \quad (2)$$

$$I_{\text{Polyakov}} = \frac{c}{24\pi} \int d^2x \sqrt{-g} (\nabla\phi)^2, \quad (3)$$

$$I_{\text{RST}} = \frac{c}{48\pi} \int d^2x \sqrt{-g} \phi R. \quad (4)$$

g は計量テンソルの行列式、 ϕ はディラトン場、 R はスカラー曲率、 c は物質場の自由度を表す中心電荷である。

エネルギーを入射することで重力崩壊を起こし、平坦時空が BH 時空に変化することを考える。エネルギー入射をする前の時空は平坦であることから、エネルギー入射前の計量は

$$ds^2 = -d\sigma^+ d\sigma^-, \quad (5)$$

であり、時間 t は $t = \frac{1}{2}(\sigma_+ - \sigma_-)$ である。また、以下の共形ゲージを取った Kruskal 座標での計量 [5] も用いる。

$$ds^2 = -e^{2\phi(x^+, x^-)} dx^+ dx^-. \quad (6)$$

ここで以下の量を導入する：

$$\Omega(x^+, x^-) = e^{-2\phi} + \frac{c}{24}\phi. \quad (7)$$

(1) 式を計量で変分して Ω を用いると運動方程式：

$$\partial_+ \partial_- \Omega = -1, \quad (8)$$

$$-2\partial_{\pm}^2 \Omega = -\frac{c}{24} \frac{1}{(x^{\pm})^2} + T_{\pm\pm}. \quad (9)$$

が得られる。ここでアノマリー項として第1項を含めた [4]。

真空の状態にエネルギー E_1 を $x^+ = x_1$ で無限遠から入射することを仮定する。その時、左上と右上に向かって流れるエネルギー運動量テンソルはそれぞれ $T_{++} = \frac{2E_1}{x_1} \delta(x^+ - x_1)$, $T_{--} = 0$ と書ける。エネルギーを入射する前 ($x^+ < x_1$) は平坦時空を考えるため真空である ($T_{\pm\pm} = 0$) とすると、

$$\Omega(x^+, x^-) = -x^+ x^- - \frac{c}{48} \log(-x^+ x^-), \quad (10)$$

を得る。(7) 式と (10) 式から $e^{-2\phi} = -x^+ x^-$ であることがわかる。すると (6) 式は $x^{\pm} = \pm e^{\pm\sigma^{\pm}}$ の変換のもとで (5) に一致し、平坦時空であることを確認できる。

エネルギーを入射した後も $T_{\pm\pm} = 0$ ではあるが、 $x^+ = x_0$ で $T_{++} = \frac{2E_1}{x_1}$ とすると接続条件からの寄与を受けて

$$\Omega(x^+, x^-) = -x^+ x^- - \frac{c}{48} \log(-x^+ x^-) - \frac{E_1}{x_1} (x^+ - x_1), \quad (11)$$

となる。計量は (7) 式によって Ω を用いて書くことができるため、ここでは (11) をこの理論の解と呼ぶ。

仮定として打ち込んだエネルギーが中心電荷より十分に大きい、つまり $E_1 \gg c$ とする。そしてパラメータ $\epsilon = \frac{c}{48E_1} \ll 1$ を導入し、(7) 式と (11) 式から $e^{-2\phi}$ は

$$e^{-2\phi} = E_1 [1 - v(u+1)] + \mathcal{O}(\epsilon), \quad (12)$$

と変形される。ここで座標変換 $x^+ = x_1 v$, $x^- = \frac{E_1}{x_1} u$ を用いた。したがって、 ϵ のリーディングで計量は

$$ds^2 \sim -\frac{dvdu}{1 - v(u+1)}, \quad (13)$$

と書くことができる。この計量は $v(u+1) = 1$ に特異点があり、 $v(u+1) = 0$ がホライズンである。このことは $v = e^{t-\eta} \sqrt{1 + e^{2\eta}}$, $u+1 = e^{-t-\eta} \sqrt{1 + e^{2\eta}}$ の変換のもと (t, η) 座標から確認できる [6]。

3. エネルギー入射回数を一般化した時空

多重のエネルギー入射がある場合も第2章と同様に考える。 n 回のエネルギー入射を考える時、同様に $T_{--} = 0$ であるが T_{++} は

$$T_{++} = \sum_{k=1}^n \frac{2E_k}{x_k} \delta(x^+ - x_k), \quad (14)$$

とする。ここで $x^+ = x_k$ で k 番目のエネルギー E_k を入射したとする。そして (14) 式を (9) に代入し、同様に Ω を求めると

$$\Omega(x^+, x^-) = -x^+ x^- - \frac{c}{48} \log(-x^+ x^-) - \sum_{k=1}^n \frac{E_k}{x_k} (x^+ - x_k), \quad (15)$$

が得られる。この式は多重エネルギー入射の解である。

参考文献

- [1] F. F. Gautason, L. Schneiderbauer, W. Sybesma and L. Thorlacius, JHEP **05**, 091 (2020).
- [2] S. W. Hawking, Phys. Rev. D **14**, 2460-2473 (1976).
- [3] S. W. Hawking, Commun. Math. Phys. **43**, 199-220 (1975).
- [4] J. G. Russo, L. Susskind and L. Thorlacius, Phys. Rev. D **46**, 3444-3449 (1992).
- [5] C. G. Callan, Jr., S. B. Giddings, J. A. Harvey and A. Strominger, Phys. Rev. D **45**, no.4, R1005 (1992).
- [6] G. Mandal, A. M. Sengupta and S. R. Wadia, Mod. Phys. Lett. A **6**, 1685-1692 (1991).