

バイリニア型履歴系を用いた D.M. 同調システムの簡易設計法に関する基礎的研究
Basic Study on a Simple Design Method for Tuned Dynamic Mass Systems Using Bilinear hysteretic system

○谷田部敦也¹, 秦一平², 郭鈞桓³, 阿久戸信宏²

*Atsuya Yatabe¹, Ippei Hata², Kuo Chumhuan³, Nobuhiro Akuto²

Abstract : This study proposes a simplified design method for a D.M. tuned system incorporating a bilinear hysteretic model. Conventional design methods, such as the “M-CK” approach reported in previous studies, consider only viscous damping while disregarding hysteretic effects. Accordingly, this study proposes an optimal design formula in which the “CK” component is modeled as a hysteretic damper.

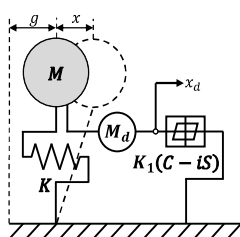
1. はじめに

2023年までに計画された制振構造物のうち制振部材の使用割合^[1]として履歴減衰系を採用した割合が34%に達し、その普及率は依然として高い。既往研究[2]ではダイナミック・マス（以下、D.M.）による同調効果と粘性減衰に期待して、粘性要素とバネ要素を並列に構成したものを用いた D.M.同調システムの最適設計を提案している。一方で、履歴減衰に対応した D.M.同調システムの最適設計方法は提案されていない。

以上の背景を踏まえて、本研究では、履歴減衰系であるバイリニア型復元力特性と D.M.を直列配置した D.M.同調システムにおける最適設計法の構築をする。

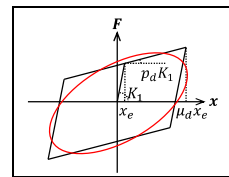
2. 最適設計式の誘導

Fig.1 に示す 1 質点系モデルの層間に D.M.同調システムを付与したモデルの最適設計式を誘導する。このとき、バイリニア型復元力特性は(1)式^[3]を用いて複素ばねとして等価な楕円型履歴(Fig.2)に近似したモデルとする。このモデルの振動方程式は(2)式で表すことができる。なお、(2)式の記号の定義は(3)式としている。ここで、主系の質量 M に対する D.M.量 M_d の質量比を γ_m 、主系の剛性 K に対するダンパーの初期剛性 K_1 の剛性比を v_d と定義し、非制振時の固有円振動数を ω_0 、固有周期を T_0 としている。



M	Structure Mass
K	Structure Stiffness
M_d	Dynamic mass (D.M.)
K_f	Damper Elastic Stiffness
p_d	Damper Bilinear Coefficient
μ_d	Damper Ductility Factor
x	Structure Displacement
x_d	Damper Displacement
g	Ground Displacement

Fig.1 SDOF model with the M-K system



$$\begin{cases} \theta = \cos^{-1}\left(1 - \frac{2}{\mu_d}\right) \\ \bar{C} = \left(\frac{1}{\mu_d}\right)(1 - p_d)\left(\theta - \frac{\sin 2\theta}{2}\right) + p_d \\ \bar{S} = -\left(\frac{1}{\mu_d}\right)(1 - p_d)(\sin \theta)^2 \end{cases} \quad (1)$$

Fig.2 Equivalent linearization of bilinear hysteresis

$$\begin{Bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{x}_d \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega_0^2 & \omega_0^2 v_d (\bar{C} - i\bar{S}) \\ \omega_0^2 & \left(1 + \frac{1}{\gamma_m}\right) \omega_0^2 v_d (\bar{C} - i\bar{S}) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ x_d \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix} \ddot{g} \quad (2)$$

$$\gamma_m = \frac{M_d}{M}, v_d = \frac{K_f}{K}, \omega_0^2 = \frac{K}{M}, \omega_0^2 v_d = \frac{K_f}{M} \quad (3)$$

次に、(4)式の定常振動を仮定すると、(5)式になる。さらに(5)式を整理すると、(6)式が求められる。なお、 ω は定常振動時の外力円振動数であり、 λ は振動数比 (ω/ω_0)である。

$$x = X e^{i\omega t}, x_d = X_d e^{i\omega t}, \ddot{g} = -\omega^2 Y e^{i(\omega t + \phi)} \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} -\omega^2 + \omega_0^2 & \omega_0^2 v_d (\bar{C} - i\bar{S}) \\ \omega_0^2 & -\omega^2 + \left(1 + \frac{1}{\gamma_m}\right) \omega_0^2 v_d (\bar{C} - i\bar{S}) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X \\ X_d \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \omega^2 \\ \omega^2 \end{Bmatrix} Y e^{i\phi} \quad (5)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{X}{Y} = \frac{a + ib}{c + id} e^{i\phi} \rightarrow \left| \frac{X}{Y} \right| &= \sqrt{\frac{A+B}{C+D}} \\ A = a^2 &= [\lambda^2 (\bar{C} v_d - \gamma_m \lambda^2)]^2 \\ B = b^2 &= [-\lambda^2 \bar{S} v_d]^2 \\ C = c^2 &= [\bar{C} v_d - (\gamma_m + (1 + \gamma_m) \bar{C} v_d) \lambda^2 + \gamma_m \lambda^4]^2 \\ D = d^2 &= [-\bar{S} v_d + (1 + \gamma_m) \bar{S} v_d \lambda^2]^2 \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

履歴減衰定数 h_{cs} と複素ばね係数の関係式は(7)式となる^[3]。履歴減衰が存在しない（等価剛性 $K_{eq} = K_1 \sqrt{\bar{C}^2 + \bar{S}^2}$ のみを仮定する）場合の $h_{cs} = 0$ と履歴減衰が無限大となる ($v_d = \infty$) 場合の $h_{cs} = \infty$ の交点を定点 P, Q と定義する。(9)式は定点 P, Q の振動数比 λ_p, λ_q を示し、(8)式より求められる。

$$h_{cs} = \frac{-\bar{C} + \sqrt{\bar{C}^2 + \bar{S}^2}}{2\sqrt{\bar{C}^2 + \bar{S}^2}} \quad (7)$$

$$\left| \frac{X}{Y} \right|_0 = \left| \frac{X}{Y} \right|_\infty \quad (8)$$

$$\left(v_{eq} = \frac{K_{eq}}{K} \right)$$

$$\lambda_{p,q}^2 = \frac{(\gamma_m + v_{eq} + \gamma_m v_{eq}) \pm \sqrt{(\gamma_m - v_{eq})^2 + \gamma_m^2 v_{eq}^2 + 2\gamma_m v_{eq}^2}}{\gamma_m (\gamma_m + 2)} \quad (9)$$

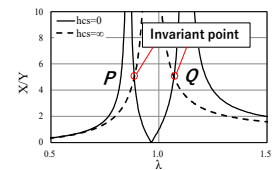


Fig.3 Amplification ratio of 1-layer model

そして、定点 P, Q の応答倍率が等しくなる条件を最適同調条件と定義すれば、(10)式のようになり、最適同調条件は(11)式のように質量比 γ_m と剛性比 v_{eq} で表せる。

$$\frac{\lambda_p^2}{1-\lambda_p^2(1+\gamma_m)} = \pm \frac{\lambda_q^2}{1-\lambda_q^2(1+\gamma_m)} \rightarrow (1+\gamma_m) = \frac{\lambda_p^2 + \lambda_q^2}{2\lambda_p^2\lambda_q^2} \quad (10)$$

$$\gamma_m = \frac{v_{eq}}{1-v_{eq}}, v_{eq} = \frac{\gamma_m}{1+\gamma_m} \quad (11)$$

(6)式のC式は $h_{cs} = 0$ としたときの特性方程式であり、解を $\lambda_{0,1}^2 = (\omega_{0,1}/\omega_0)^2$ と $\lambda_{0,DM}^2 = (\omega_{0,DM}/\omega_0)^2$ とおくと、(12)式の関係が表せる。また、(13)式の $h_{cs} = 0$ の時の最適同調式を導くことができる。なお、 $T_{0,1}$, $T_{0,DM}$ はそれぞれ固有値解析により得られる1次モードとD.M.モードの固有周期を表している。

$$\lambda_{0,1}^2 \times \lambda_{0,DM}^2 = \frac{v_{eq}}{\gamma_m} \rightarrow \frac{\omega_{0,1}^2 \times \omega_{0,DM}^2}{\omega_0^4} = \frac{v_{eq}}{\gamma_m} \quad (12)$$

$$T_\infty = \sqrt{\frac{T_{0,1}^2 \times T_{0,DM}^2}{T_0^2}} \quad (13)$$

次に、最適同調時における定点 P, Q の応答倍率と定点が共振時の最大応答倍率となる最適減衰条件を求める。まず、(10)式の関係式に(9)式を代入すると、定点 P, Q の応答倍率は、(14)式のように表せる。

$$\left| \frac{X}{Y} \right|_{\lambda=\lambda_p=\lambda_q} = \sqrt{\frac{2}{\gamma_m(1+\gamma_m)}} \quad (14)$$

また、目標履歴減衰定数を h_{opt} とすると、共振時の応答倍率は1質点系モデルの場合 $1/2h_{opt}$ と考えられるため、(14)式の定点における最大応答倍率は $1/2h_{opt}$ で近似でき、展開し整理することで(15)式のように最適減衰式を質量比 γ_m の関係式で表せる。

$$h_{opt} \cong 0.5 \sqrt{\frac{\gamma_m(1+\gamma_m)}{2}} \quad (15)$$

3. 1質点系モデルを対象とした設計例

提案式の有効性を確認するため、1質点系せん断モデルを対象とした設計例を以下に示す。対象建物の主系質量 $M = 100[t]$ 、固有周期は $3.0[s]$ とした。なお、内部粘性減衰は考慮しない。

① 目標履歴減衰定数 h_{opt} の設定

本システムによって付与したい任意の目標履歴減衰定数 h_{opt} を設定し、(15)式から質量比 γ_m を算出し、 M_d を決定する。

本検討では $h_{opt} = 0.10$, $\gamma_m = 0.0745$ とし、 $M_d = 7.45[t]$ とする。

② 剛性比 v_d の決定

算出された質量比 γ_m から剛性比 v_{eq} を(11)式から求め、等価剛性 K_{eq} を決定する。本検討では、 $v_{eq} = 0.069$ とし、 $K_{eq} = 30.4[kN/m]$ としている。

③ 履歴減衰定数 h_{cs} の選択

既往研究[2]において、固有値問題からM-CK型D.M.同調システムにおける最適減衰を満足するダンパー粘性減衰定数 h_d は(16)式で求められる。

$$h_d = \frac{\sqrt{\gamma_m(2\gamma_m + \sqrt{2\gamma_m(\gamma_m + 1) + 2}) \cdot [\gamma_m(\gamma_m - 3) + 3\sqrt{2\gamma_m(\gamma_m + 1)} - 4]}}{4(\gamma_m - 1)(\gamma_m + 2)\sqrt{\gamma_m + 1}} \quad (16)$$

(1)式と(7)式から作成されたFig.4^[3]において、算出された $h_d (= 0.165)$ と等価な h_{cs} となる赤線を設定する。その交点から p_d, μ_d を選択し、本検討では、 $p_d = 0.2$, $\mu_d = 11.56$ を採用する。なお、複数の交点が存在するが、いずれのパラメータを用いても同様の共振曲線を得られる。

④ ダンパー初期剛性の決定

決定した p_d, μ_d から(1)式で複素ばね係数の \bar{C} と \bar{S} を求め、 $K_1 = K_{eq}/\sqrt{\bar{C}^2 + \bar{S}^2}$ でダンパー初期剛性を算出する。

以上の設計フローに従って決定した諸元を用いた共振曲線をFig.5に示す。バイリニア型復元力特性を用いたD.M.同調システムの最適設計が可能であることが確認できる。

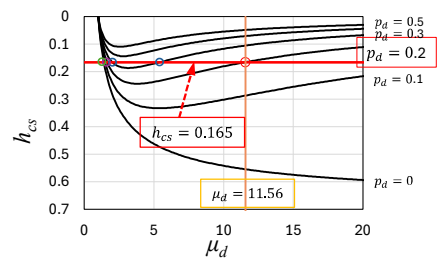


Fig.4 Equivalent Hysteretic Damping Ratio

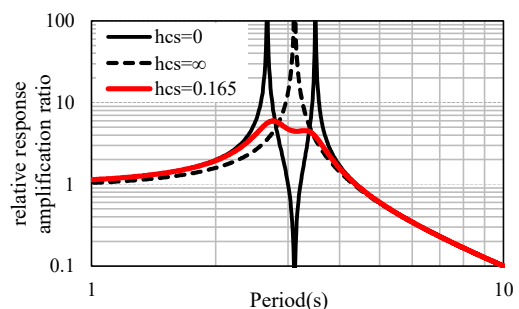


Fig.5 Amplification ratio of 1-layer model

4. まとめ

本研究では、履歴減衰系であるバイリニア型復元力特性とD.M.を直列配置したD.M.同調システムにおける最適設計法の構築をした。今後は、多質点系モデルへの適応の検討が必要である。

5. 参考文献

- [1] 免震建築物等の計画推移, 日本免震構造協会, 2025.6
- [2] 郭鈞桓: 慣性質量同調システムを用いた建築物のモード減衰制御に関する研究, 日本大学学位論文, 2023.9
- [3] 石丸辰治: 応答性能に基づく「対震設計」入門, 彰国社, 2004