

指数安定性能に基づくマルチエージェントサーボ系の正弦波追従合意制御の数値実験
 Numerical Experiment of Sinusoidal Wave Tracking Consensus Control for Multi-Agent Servo Systems
 with Saturation Nonlinearities Based on Exponential Stability

寺尾健太郎¹, 井上健², ○杉村星弥¹
 Kentarou Terada¹, Tsuyoshi Inoue², *Seiya Sugimura¹

Abstract: In this paper, we investigate the leader-follower consensus control problem for multi-agent servo systems subject to saturation nonlinearities. The control system is synthesized based on a domain of exponential stability performance, which is characterized by Linear Matrix Inequalities (LMIs). The resulting control law ensures that the followers' states accurately converge to sinusoidal reference inputs provided to the leader. Numerical experiments demonstrate the successful tracking of these sinusoidal reference inputs.

1. はじめに

近年、制御系のネットワーク化に伴う大規模化および複雑化により、マルチエージェント制御系の解析や設計が実社会への応用という観点から注目されている^[1]。これまで、飽和、等価的に不感帯を有するリーダーフォロワーマルチエージェント制御系に対し、リーダーに入力された目標値にフォロワーが追従し合意する制御方法を指数安定保証領域^[1]に基づき設計する方法を提案してきた。しかしながら、この制御系で正弦波に追従可能かは実証されていない課題が残る。そこで、本稿ではこの制御系が正弦波に追従可能かを数値実験により実証を行う。

表記: 1 から n までの整数の集合を \mathbb{I}_n , $n \times m$ の実行列の集合を $\mathbb{R}^{n \times m}$ と表記する。ベクトル x に対し、 x_i は x の i 番目の要素である。行列 M に対し、 M' , $\lambda(M)$ は、それぞれ M の転置、固有値を表す。行列 M_1, M_2 に対し、 $\text{diag}([M_1' M_2'])$ は行列 M_1, M_2 を対角に並べた行列を意味する。

2. マルチエージェントサーボ制御系

N 個の線形時不変 (LTI) 系のエージェント $P_j(s)$, 不感帯要素 ϕ (等価的に飽和要素 ϕ), 目標値発生器 $G_r(s)$ を

$$P_j(s) : \begin{bmatrix} \dot{x}_{pj}(t) \\ v_j(t) \\ e_j(t) \\ y_j(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{A} & \tilde{B}_1 & \tilde{B}_2 & \tilde{B}_3 \\ \tilde{C}_1 & \tilde{D}_{11} & \tilde{D}_{12} & \tilde{D}_{13} \\ \tilde{C}_2 & \tilde{D}_{21} & \tilde{D}_{22} & \tilde{D}_{23} \\ \tilde{C}_3 & \tilde{D}_{31} & \tilde{D}_{32} & O \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{pj}(t) \\ w_j(t) \\ r_j(t) \\ u_j(t) \end{bmatrix},$$

$$\tilde{B}_3 = j \in \mathbb{I}_N, \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{C}_1 & \tilde{D}_{11} & \tilde{D}_{12} & \tilde{D}_{13} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} O & O & O & -I \end{bmatrix},$$

$$-\tilde{B}_1, \quad L := \begin{bmatrix} 1 & \\ & O_{1 \times (N-1)} \\ & & L_a \end{bmatrix},$$

$$L_{ji} := L_{ji} \times I_n, \quad w = \begin{cases} z_i, & z_i < -\sigma_i, \\ 0, & -\sigma_i \leq z_i \leq \sigma_i, \\ z_i, & z_i > \sigma_i, \end{cases}$$

$$G_r(s) : \begin{bmatrix} \dot{x}_r(t) \\ r_j(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A'_R & I \end{bmatrix} x_r(t), \quad \bar{\lambda}(A_R) \geq 0. \quad (2)$$

$$A_R := \text{diag}(A_r, \dots, A_r),$$

$$B_R := \text{diag}(b, \dots, b), \quad (A_r, b): \text{可制御},$$

$$\text{rank} \begin{bmatrix} \tilde{A} - \lambda_i I & \tilde{B}_3 \\ \tilde{C}_3 & O \end{bmatrix} = n_p + q \quad \forall i = 1, \dots, n_r$$

のように定義する。 $x_{pj}(t) \in \mathbb{R}^{n_p}$, $\varphi_j(\cdot) : \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^m$, $w_j(t) \in \mathbb{R}^m$, $L \in \mathbb{R}^{N \times N}$, $r_j(t) \in \mathbb{R}^{q_{nr}}$, $u_j(t) \in \mathbb{R}^{\mu}$, $y_j(t) \in \mathbb{R}^{\kappa}$ ($\kappa \geq n_p$), $x_r(t) := [x'_{r1}(t) x'_{r2}(t) \dots x'_{rq}(t)] \in \mathbb{R}^{q_{nr}}$ はそれぞれ、 $P_j(s)$ の状態変数ベクトル、不感帯関数 (等価的に飽和関数) の入出力信号、グラフラプリアン、目標値信号 $r_j(t)$, 制御入力信号, 出力信号, $G_r(s)$ の状態変数ベクトルを表す。また、行列 A_r の特性多項式は最小多項式に一致するとする。これらのエージェントで構成されるネットワークシステムは次の仮定を満たす。

仮定 1: インデックス 1 のエージェントを除くすべてのエージェント間の通信リンクは無向連結である。通信グラフにおけるエージェント 1 の出力次数は 2 である。

仮定 2: $\text{rank}(L_a) = N - 1$ であり、ベクトル l は -1 の要素を 1 個および、0 の要素を $N - 2$ 個を有する。

仮定 3: 目標値発生器からの目標値 $r_j(t)$ はリーダーにのみに入力される。すなわち、 $j = 1$ である。

なお、各エージェントは安定系とは限らない。したがって、通信グラフはリーダーからリーダー自身へのフィードバックに必要な無向連結および、リーダーから 1 つのフォロワーへの有向連結を有する。つぎに、制御系のクラスおよび制御問題を明記する。サーボ補償器 $S_{cj}(s)$ および、状態フィードバック制御器 \mathbb{K} を

$$S_{cj}(s) : \begin{bmatrix} \dot{x}_{sj}(t) \\ y_{sj}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_R & B_R \\ I & O \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_{sj}(t) \\ y_j(t) \end{bmatrix}, \quad (3)$$

$$x_j(t) := \begin{bmatrix} x'_{pj}(t) & x'_{sj}(t) \end{bmatrix}',$$

$$x'(t) := \begin{bmatrix} x'_1(t) & \dots & x'_N(t) \end{bmatrix}', \quad (4)$$

$$u(t) := \begin{bmatrix} u'_1(t) & \dots & u'_N(t) \end{bmatrix}',$$

$$\mathbb{K} : u(t) = -\mathbb{H}(F\mathcal{L}\mathcal{S}(x(t))) \quad (5)$$

のように定義する. $\mathbb{S}(\cdot), \mathbb{H}(\cdot), F \in \mathbb{R}^{\mu \times n \times N}$ は, 理想サンプラー, 零次ホールドおよび, 状態フィードバックゲインを表す.

制御問題: 制御対象 (1) および, 仮定 1~3 が与えられているとする. インデックス j の各エージェントの状態 $x_j(t)$ が, リーダーエージェント ($j = 1$) の状態 $x_1(t)$ および, 目標値 $r_1(t)$ に収束する. すなわち,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x_j(t) = x_1(t) = r_1(t), \quad j \in \mathbb{I}_N$$

になるように, 文献 [1] の指数安定保証領域の設計方法に基づき, 式 (3) のサーボ補償器 $S_{cj}(s)$ および, 式 (5) の状態フィードバック制御器 \mathbb{K} を求めよ.

3. 主結果

3.1. 数値実験

式 (1) のマルチエージェントシステム, 飽和要素の上限値 σ_i , グラフラプラシアン L および, 正弦波を発生する式 (2) の目標値発生器

$$\begin{bmatrix} \tilde{A} & \tilde{B}_1 & \tilde{B}_2 & \tilde{B}_3 \\ \tilde{C}_1 & \tilde{D}_{11} & \tilde{D}_{12} & \tilde{D}_{13} \\ \tilde{C}_2 & \tilde{D}_{21} & \tilde{D}_{22} & \tilde{D}_{23} \\ \tilde{C}_3 & \tilde{D}_{31} & \tilde{D}_{32} & O \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 10 & 0 & 0 & -10 \\ -0.9 & 0.1 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\sigma_i = 2, \quad j \in \mathbb{I}_7,$$

$$\begin{bmatrix} x_r(t) \\ r_1(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}' x_r(t),$$

$$L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & -1 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 3 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 5 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & -1 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

を考える. 式 (6) より, フォロワー間は無向連結であり, リーダーは自身へのフィードバックおよび, リーダーからの 1 番目のエージェントへと 4 番目のエージェントへの有効連結となっている. つぎに, 式 (3) のサーボ補償器および, 各エージェントとサーボ補償器の式 (4) の初期状態を

$$\begin{bmatrix} A'_R \\ B'_R \end{bmatrix}' = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$x(0) = \begin{bmatrix} 4 & -1 & 0 & 0 & 8 & -5 & 0 & 0 & 5 & -3 & 0 & 0 \\ 4.5 & -2 & 0 & 0 & 2.5 & -0.5 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1.5 & 0 & 0 \end{bmatrix}'$$

とする. このとき, 文献 [1] の設計方法に従うと, 各エージェントと偏差をとるエージェントは

$${}^1x = [x'_1 \quad x'_3 \quad x'_4 \quad x'_1 \quad x'_4 \quad x'_4 \quad x'_4]'$$

となり, 数値最適化問題の最小化される変数 ε および, その解であるフィードバックゲイン $F, \Pi_p, \Pi_s, \Theta, \rho, \Gamma$

は, 以下を得る.

$$\varepsilon = 9.94,$$

$$F = \text{diag}([f'_1 \quad f'_2 \quad f'_3 \quad f'_4 \quad f'_5 \quad f'_6 \quad f'_7]')$$

$$= \text{diag} \left(\begin{bmatrix} -0.051 & 0.051 & -0.017 & -0.007 \\ -0.198 & 0.196 & -0.062 & -0.024 \\ -0.229 & 0.227 & -0.072 & -0.028 \\ -0.133 & 0.13 & -0.041 & -0.016 \\ -0.26 & 0.258 & -0.082 & -0.032 \\ -0.229 & 0.226 & -0.071 & -0.028 \\ -0.375 & 0.369 & -0.118 & -0.045 \end{bmatrix} \right),$$

$$\Pi_p = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \Pi_s = \begin{bmatrix} -9.1 & 0.9 \\ -0.9 & -9.1 \end{bmatrix},$$

$$\Theta = -\Gamma = [-0.1 \quad -0.1], \quad \rho = 0.63$$

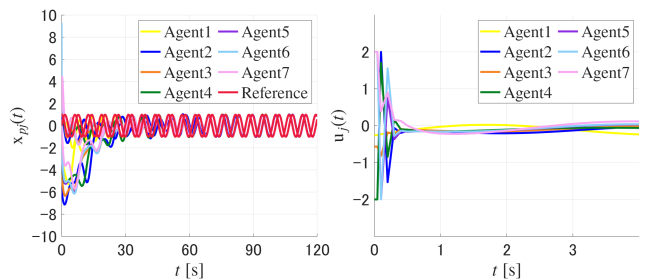


Figure 1. $x_{pj}(t)$ v.s. t

Figure 2. $u_j(t)$ v.s. t

設計結果の時間応答を Figure 1, Figure 2 に示す. Figure 1 はエージェントの全ての状態 $x_{pj}(t)$, Figure 2 は飽和要素の出力, すなわちエージェントへの制御入力 $\phi(u(t))$ をそれぞれに示している. グラフより, リーダーへの正弦波の目標値応答にマルチエージェントシステムは合意制御可能であることがわかる. 飽和を生じている制御入力 $\phi(u(t))$ を用いているにもかかわらず, エージェントの全ての状態 $x_{pj}(t)$ は良好に制御されている. したがって, 飽和, 等価的に不感帯を有するリーダーフォロワーマルチエージェント制御系に対し, リーダーに入力された正弦波目標値応答にフォロワーが追従し合意する制御方法を線形行列不等式に基づき指数安定保証領域を用いて設計することは, 確かに効果的であるといえる.

4. おわりに

飽和, 等価的に不感帯を有するリーダーフォロワーマルチエージェント制御系に対し, リーダーに入力された正弦波目標値応答にフォロワーが追従し合意する制御方法を指数安定保証領域に基づき設計し, 数値実験により正弦波に追従可能なことを実証した.

参考文献

[1] 西田, 木山, 野崎, 多田: 指数安定性に基づく飽和を有するマルチエージェントサーボシステムの合意制御, 日本知能情報ファジィ学会第 84 回知的システム研究会論文集, pp. 45-52, 2023.