

**ハイブリッドロケットエンジンの燃焼推定
非線形カルマンフィルタ (EKF, UKF) の適用**
Estimate of Combustion Characteristics of Hybrid Rocket Engine
Application for Nonlinear Kalman Filter (EKF, UKF)

○鈴木翔太¹, 嶋田徹², 高橋晶世²

*Shota Suzuki¹, Toru Shimada², Akiyo Takahashi²

This paper focuses on estimating the combustion characteristics of hybrid rocket engines. For the application of the Kalman Filter to this nonlinear system, the accuracy and development of nonlinear Kalman Filters are discussed. Additionally, it briefly discusses the future possibilities for real-time feedback control.

1. 研究背景と目的

固体燃料と液体または気体酸化剤の異なる相の推進剤を使用したハイブリッドロケットは、酸化剤流量の調整で推力の制御が可能であり、宇宙輸送技術の発展を期待されている。本研究ではこの機能を一層高めるため、ハイブリッドロケットエンジンの圧力計測とカルマンフィルタを組み合わせることで、燃焼状態を把握し、フィードバック制御をリアルタイムで行うことを目標としている。

非線形システムをフィルタリングする場合には何らかの近似を行う必要があり、非線形システムのハイブリッドロケットエンジンの燃焼特性を非線形カルマンフィルタの EKF: Extended Kalman Filter (拡張カルマンフィルタ) と UKF: Unscented Kalman Filter の2種類の推定アルゴリズムを適用し、推定・比較する。

2. カルマンフィルタ^[1]

カルマンフィルタは、時系列やシステムの状態推定を行うためのアルゴリズムで、線形ガウス状態空間モデルにおける逐次推定の最適解つまり最小二乗推定を基礎とした最尤推定法である。観測値と予測値よりもっともらしい値の推定のため、数値の不確かさを示す観測誤差共分散行列 (R) と予測誤差共分散行列 (P) に応じて最適に加重平均で推定値が求まる。

3. 適用モデル

ハイブリッドロケットエンジンの燃焼試験によって観測したデータ (Figure 1 に示す) は、燃焼室圧力 (P_c) と酸化剤供給系の流量計測のためオリフィス差圧 (ΔP) の2種類であり、また、6種類のグレインを燃焼させ計11種のデータ^[2]を用いて、燃焼特性の推定を行う。

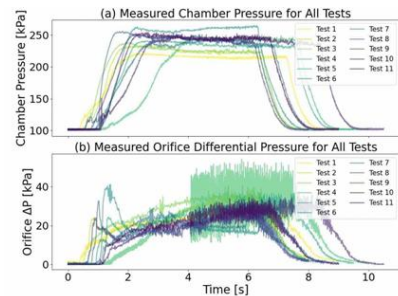


Figure 1. Measured of Chamber Pressure and Orifice Differential Pressure^[2]

燃焼状態の離散時間非線形状態空間表現と状態方程式 $x(k+1)$, 観測方程式 $y(k)$ をモデル化した。

$$x(k+1) = f(x(k), u(k)) + v(k) \quad (1)$$

$$y(k) = h(x(k)) + w(k) \quad (2)$$

システム状態とセンサーの観測値の関係を表す数式の観測方程式をチョークでの燃焼だと考え超音速での燃焼の式を用いてモデル化した。

$$x(k) = [D_{H(k)}, \dot{m}_{ox(k)}, a_0(k), \eta_{c^*}]^T \quad (3)$$

$$h(x(k)) = \begin{bmatrix} \Delta P_c(k) \\ P_c(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \kappa \dot{m}_{ox(k)}^2 \\ \frac{1}{A_t} \eta_{c^*(k)} C_{th}^*(P_c, O/F) \dot{m}_{ox(k)} \left(1 + \frac{1}{O/F}\right) \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$x_{(k+1)} = \begin{bmatrix} D_{H(k+1)} \\ \eta_{c^*(k+1)} \\ a_0(k+1) \\ \dot{m}_{ox(k+1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{H(k)} + 2\Delta t * \dot{r}(k) \\ \eta_{c^*(k)} \\ a_0(k) \\ \dot{m}_{ox(k)} + \dot{m}_{ox}^{set} \Delta t * \frac{d\varphi}{dt}(k) \end{bmatrix} \quad (5)$$

ここで、 D_H は水力直径、 \dot{m}_{ox} は酸化剤質量流量、 a は燃料後退速度係数、 η_{c^*} は特性排気速度効率係数、 κ はオリフィス差圧の酸化剤流量係数、 A_t はノズルスロート面積、 \dot{r} は燃料後退速度、 φ は制御入力である。

1 : 日大理工・学部・航空 2 : 日大理工・教員・航空

4. EKF: Extended Kalman Filter^[1,2]

文献^[2]のヤコビ行列を用いた逐次線型化推定結果の一例を Figure 2 に示す。

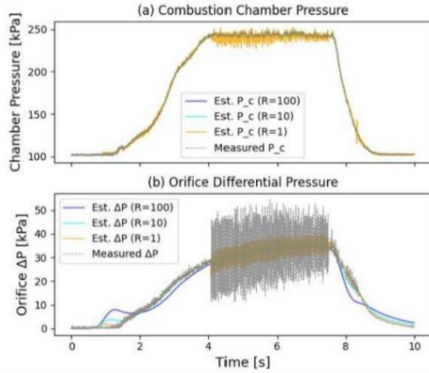


Figure 2 Estimated and Measured of Chamber Pressure and Orifice Differential Pressure^[2]

5. UKF: Unscented Kalman Filter^[1]

UKF では、非線形ダイナミクスそのものをフィルタリングする。対象システムの確率分布を用いて、シグマ点と呼ばれる代表点群を選出(Figure3 に示す)し、近似する。また、非線形関数に通すことで推定する。

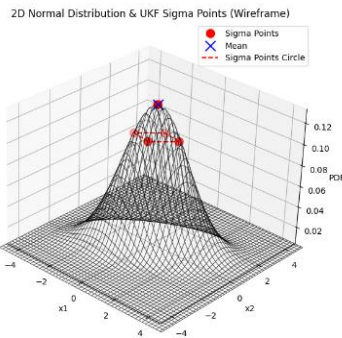


Figure3 UKF Sigma Point Selection Schematic Diagram

6. まとめと今後の方針

非線形システムのハイブリッドロケットエンジンの燃焼特性を EKF を用いて推定した。

推定精度向上のため、ロケット固有問題への取り組みとして亜音速噴出での燃焼に対応したフィルタリングに拡張する。燃焼室圧力の観測方程式の拡張として、以下の手法で拡張を考える。

$$\mathbf{h}(\mathbf{x}_{(k)}) = \begin{bmatrix} \Delta P_{(k)} \\ P_{c(k)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \kappa m_{ox}^2(k) \\ \frac{1}{A^*} \eta_{C^*(k)} C_{th}^*(P_c, O/F) \dot{m}_{ox(k)} \left(1 + \frac{1}{O/F}\right) \end{bmatrix} \quad (6)$$

A^* は臨界断面積である。

一次元等エントロピー流れの質量流量の式より、非チョーク時の質量流量を求める。

$$\dot{m} = \frac{p_c A(x)}{\sqrt{T_0}} \sqrt{\frac{\gamma}{R}} M(x) \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M(x)^2\right)^{\frac{2(\gamma-1)}{\gamma+1}} \quad (7)$$

非チョーク時には出口圧 p_e と背圧 p_b が等しくなり、ノズル出口マッハ数 M_e と臨界面積 A^* を等エンタルピー流の関係より求める。

$$P_c = p_b \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_e^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

$$M_e = \sqrt{\frac{2}{\gamma-1} \left[\left(\frac{P_c}{p_b}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right]} \quad (8)$$

$$A^* = A_e M_e \left[\frac{2}{\gamma+1} \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_e^2\right) \right]^{-\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \quad (9)$$

このとき CEA を用いて、 $C_{th}^*(P_c, O/F)$ を求め、化学平衡状態の燃焼室温度 T_0 、比熱比 γ 、気体定数 R をテーブルルックアップ法によるものとし、非チョーク時の質量流量は以下とし、観測方程式内の燃焼圧力 P_c について亜音速噴出に適合するアルゴリズムに拡張する。

$$\dot{m} = \frac{P_c A^*}{\eta_{C^*} C_{th}^*} \quad (10)$$

また、フィルタリングの問題に対する取り組みとして EKF 推定における誤差共分散行列 R の大きさの依存について、観測値に含まれる振動や予測モデルが観測誤差共分散行列(R)により推定に影響を与える。可観測性を定義で改善したが、最適な誤差共分散行列の選定が高度な課題として残されている。そのほかにも、他非線形カルマンフィルタ UKF 適用が考えられる。非線形システムの逐次線型化での近似による、EKF 推定で生じるズレ程度を検証し、このシステムにはどのフィルタが適当かを精査する。以上が今後の目標である。

7. 参考文献

[1] 足立修一, 丸田一郎:「拡張カルマンフィルタの基礎」, 東京電機大学出版局, 2012
 [2] Toru Shimada et al. : “EKF-Estimation of Hybrid Rocket Combustion with Various Port Shapes”, ISTS,2025.