

Lindblad 方程式を用いたデコヒーレンスの時間発展の数値解析

Numerical analysis of the time development of decoherence using the Lindblad equation

○南晴斗¹, 糸井千岳²*H. Minami¹, C. Itoi²

Abstract : In recent years , quantum technology has shown dramatic growth. However , The control of mitigation called decoherence has become an issue for the growth of quantum technology. That's why we use the Lindblad equation to examine the time development of decoherence. We consider the improvement of coherence time by numerically simulating the solution of this equation.

1. はじめに

近年、量子センシングや量子コンピュータなどの量子技術が劇的に成長を見せている。この量子技術において位相が揃った量子状態を確率的に観測できるコヒーレント状態を維持することが重要である。しかし、環境などとの相互作用によりこの状態が失われてしまうデコヒーレンスと呼ばれる緩和の制御がさらなる量子技術の成長にとって課題となっている。そこで、このデコヒーレンスの時間変化をシミュレーションにより可視化することでコヒーレンスの時間の向上の考察ができる。今回用いる Lindblad 方程式は環境も含めた量子開放系であるマルコフ過程に従う状態の時間発展を記述することができる。Lindblad 方程式は、環境の影響を受ける系の混合状態を表す密度演算子

$$\hat{\rho}(t) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + x(t)\sigma_x + y(t)\sigma_y + z(t)\sigma_z \quad (1)$$

の時間発展を定める。

2. Lindblad 方程式

Lindblad 方程式はハミルトニアンによるユニタリ発展の項と環境により系の情報やエネルギーが失われていく非ユニタリ発展の項で表される方程式である。

$$\frac{d\rho}{dt} = -[H, \rho] + \widehat{L}_D \rho \quad (2)$$

ここで、H は系のハミルトニアンであり、 \widehat{L}_D は系の緩和を表す Lindbladian と呼ばれる非ユニタリ発展の緩和項である。

$$\widehat{L}_D = \frac{1}{2} \sum_{i,k}^M (2 F_i \rho F_k - \rho F_k F_i - F_k F_i \rho) \quad (3)$$

{F} は系の演算子の基底となる演算子である。また今回は 2 準位系なので $M=N^2-1=4-1=3$ である[1]。この

Lindbladian は環境によるエネルギーの吸収や散逸によって状態が変化するジャンプ項と呼ばれる。

本シミュレーションはこの緩和項に(1)制御なし ($h=0$)(2)横磁場にて制御(3)縦磁場にて制御の 3 つの条件を用いてそれぞれデコヒーレンスにどのような影響を与えるかを調べて考察していく。今回用いるハミルトニアンは、(1)(2)においては、

$$H = \frac{b}{2} \sigma_z + \frac{h}{2} \sigma_x \quad (4)$$

と表すことができ、 b はラーモア周波数である。また、縦磁場において制御する時は、

$$H = \frac{b}{2} \sigma_z + \frac{h}{2} \sigma_z \quad (5)$$

と表すことができる。また、 $h = a \cos(\omega t)$ を用いて制御する。これらの Lindblad 方程式を $h=0$ の場合に解き、 h について 2 次まで摂動展開しデコヒーレンスの動きが磁場によってどのような影響を受けるかを考察できる。

3. 数値解析の結果

Lindblad 方程式の各成分の解は以下のように与えられる[2]。

$$X(t) = \langle \sigma_x \rangle = \text{Tr}[\rho(t)\sigma_x] \quad (6)$$

$$Y(t) = \langle \sigma_y \rangle = \text{Tr}[\rho(t)\sigma_y] \quad (7)$$

$$Z(t) = \langle \sigma_z \rangle = \text{Tr}[\rho(t)\sigma_z] \quad (8)$$

(Figure 1) , (Figure 2) , (Figure 3)では横磁場を印加した時と磁場を印加していないときを比較したグラフである。ここからは $Z(t)$ は磁場を印加することで減衰後に振動していき、 $Y(t)$ は振幅を変えて振動していった。 $X(t)$ も $Y(t)$ と同じような振動していった。次に(Figure 4) , (Figure 5)では縦磁場を印加した時と磁場を印加してい

1 : 日大理工・学部・物理 2 : 日大理工・教員・物理

ないときを比較したグラフである。このときは $X(t), Y(t)$ 成分両方とも印加した磁場の大きさによって振動の滑らかさを欠いていくことが分かった。 H の振幅 a が小さいときは数値計算の結果は解析的な摂動計算と良く一致する。

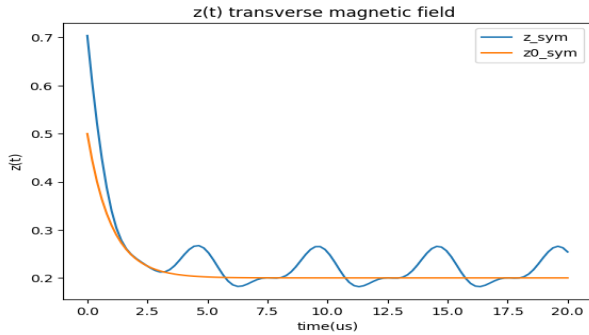


Figure 1: Controlling Z-component decoherence with a transverse magnetic field

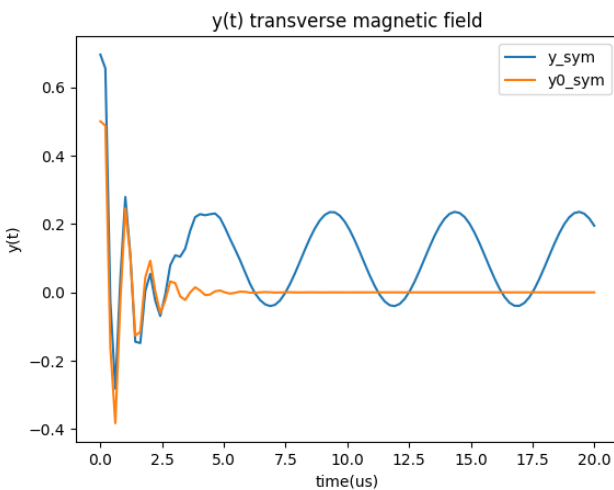


Figure 2: Controlling Y-component decoherence with a transverse magnetic field

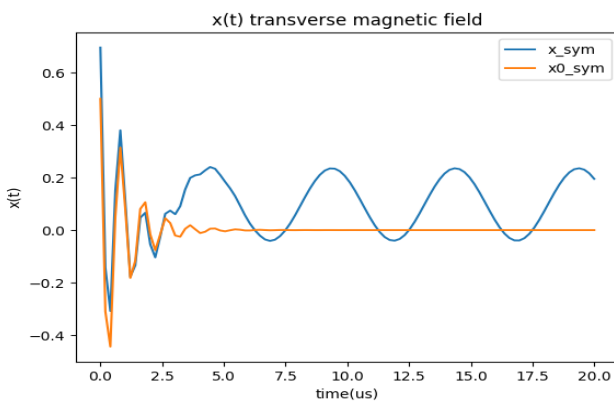


Figure 3: Controlling X-component decoherence with a transverse magnetic field

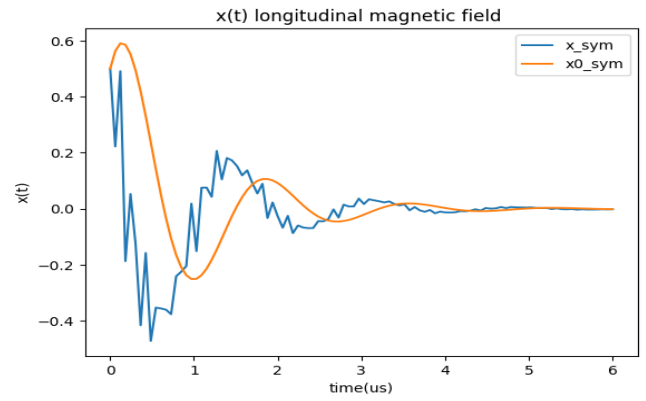


Figure 4 : Controlling X-component decoherence with a longitudinal magnetic field

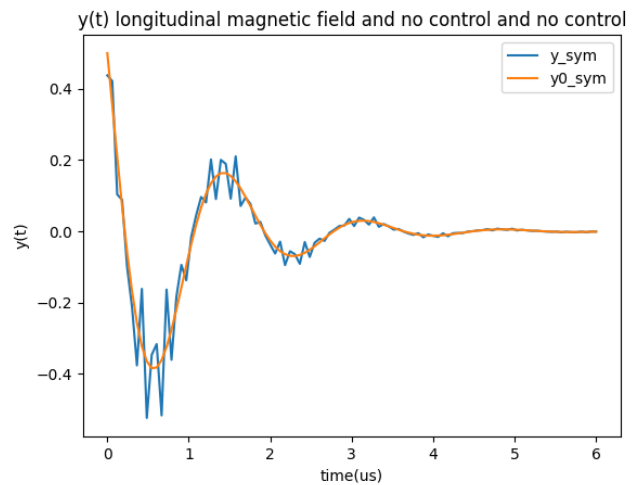


Figure 5: Controlling Y-component decoherence with a longitudinal magnetic field

4. まとめ

今回の数値シミュレーションの結果からはコヒーレンスの時間の向上は見られなかった。しかし磁場を印加することにより収束までのデコヒーレンスの動きに変化が起こり、さらに制御を加える事でコヒーレンスの時間の向上について考えていきたい。また、縦磁場を加えた時に発生する振動の動きがどのような影響をもたらすかについても新たに調べていきたい。

5. 参考文献

- [1] V.Tscherbul : Bringing multilevel quantum master equation into Lindblad form for complete positivity tests : Two approaches , arXiv2410.00353v2, P.3, 2024
- [2] 沙川貴大:量子測定と制御[第2巻],サイエンス社, pp.13, 2016.