

最小頂点被覆問題に対する強い摂動付き遺伝的アルゴリズムの設計 Designing Genetic Algorithm with Strong Perturbation for Minimum Vertex Cover

○佐藤葵¹, 平石秀史²*Aoi Sato¹, Hidefumi Hiraishi²

Abstract: In this research, we incorporate a strong perturbation mechanism into a genetic algorithm for the Minimum Vertex Cover Problem. Strong perturbation was originally introduced in Breakout Local Search to efficiently escape local optima. Our preliminary experiment indicates the efficacy of strong perturbation in our proposed method.

1 はじめに

最小頂点被覆問題 (Minimum Vertex Cover Problem : MVC) は, 与えられた無向グラフのすべての辺を, 少なくとも一端で被覆するような頂点集合 (被覆集合) のうち, 最小のものを求める組合せ最適化問題である. ネットワーク監視や資源配置など, 実社会における応用も多いが, MVC は NP 困難であり, 厳密解の計算は大規模問題において現実的でない.

近似解を高速に求める手法として, 焼きなまし法やタブーサーチ, 遺伝的アルゴリズム (Genetic Algorithm : GA) などの様々なメタヒューリスティクスが開発されてきた. 各手法の概要については [4] で詳しく解説されている.

本研究では MVC を例に, GA に対して, Breakout Local Search (BLS) における”強い摂動”を導入することによる性能向上に関する実験の評価を行う. ”強い摂動”とは, 解の停滞が起きた際に大きく探索範囲を摂動させることで局所最適解から抜け出す手法であり, [1] では最大カット問題に対して有効性が検証されている.

2 GA の概要

進化計算アルゴリズムは生物の進化に着想を得た探索手法の総称であり, 主に遺伝的アルゴリズム (GA), 粒子群最適化 (PSO), 進化戦略 (ES) などが知られている. 中でも GA は汎用性が高く, さまざまな組合せ最適化問題に適用されてきた. 進化計算アルゴリズムに関しては [5] を参照されたい.

GA では初期集団として複数の解候補 (個体) を用意し, 「選択」「交叉」「突然変異」といった進化的操作を通じて, 世代ごとにより良い解を獲得していく. 各個体は適応度 (解の良さ) に基づいて選択され, 選ばれた個体同士を交叉させ, さらに突然変異を加えることで新たな個体が生成される. この過程を繰り返すことで解空間全体を効率的に

探索し, 高品質な解の獲得を目指す.

2.1 個体の表現

最小頂点被覆問題においては, 頂点集合の部分集合が解の候補となるので, 部分集合を長さ n (グラフの頂点数) ビット列として表す自然な表現方法を採用する. 例えば, 以下の個体は 7 個の頂点集合に対して, 頂点 1, 3, 4 が被覆集合に含まれることを示す.

$$x = [0, 1, 0, 1, 1, 0, 0]$$

また, この表現では「交叉」「突然変異」といった進化的操作をビット単位で簡潔に実装できるという利点もある.

2.2 適応度関数

一般に被覆集合に対し, 進化的操作を施して得られる頂点集合は被覆集合とは限らない. 本研究では, 各個体に進化的操作を施した後に補正処理を行い常に被覆集合に変形する操作を行う. その上で評価関数は単純に「被覆集合に含まれる頂点の数 (被覆サイズ)」として定義する. つまり, 個体 $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]$ の評価値 $f(x)$ は, 以下のよう

$$f(x) = \sum_{i=0}^n x_i$$

に定義される. このような設計により, 評価関数の構造を単純化しつつも, 制約を満たす合法な解のみを対象とした安定的な進化的探索が可能となる. 補正処理の概要については, [3] を参照されたい.

3 強い摂動の導入

GA は, 適応度に基づく個体の進化により評価値の高い解を探索するが, 世代の進行とともに多様性が失われ, 局所解に収束してしまうことがある.

本研究では、GAの停滞を打破するために強い摂動を導入した。具体的には、最良解が20世代連続で更新されない場合を停滞と判定し、全個体に対して摂動操作を適用する。

摂動は次の手順で行う。まず、各個体をランダムに再生成し、多様性を強制的に回復させる。次に、このままでは未被覆の辺が残る可能性があるため、補正処理によって可行解に補正する。この処理により、探索空間を大きく移動しつつ、常に被覆解を保ったまま探索を継続できるようにした。

4 実験設定

本研究では、標準的なベンチマークデータセットであるG.set [2]のG1データを基に頂点数をランダムに半分に削減したグラフを用いて実験を行った。これは、提案手法の挙動を軽量な環境で検証し、基本的な有効性を確認することを目的としている。

実験では、以下の条件でGAを実行した。

- 個体数：100
- 世代数：1000
- 突然変異確率：0.1
- 選択方法：ルーレット選択
- 交叉方法：一点交叉
- 突然変異方法：ランダムなビット反転

また、一定世代数にわたり最良解が更新されなかった場合に、強い摂動を導入するバージョンとの比較も行う。これにより、探索の多様性維持や局所解からの脱却への効果を検証する。

5 実験結果

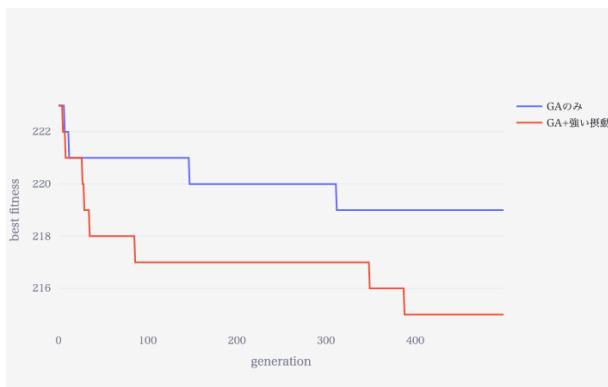


図1 GAと強い摂動付きGAの収束比較

図1に、GA単体と強い摂動を加えたGAにおける、被覆サイズの最良値の推移を示す。強い摂動を導入することで、より早い段階でより評価値の高い解に到達していることが確認できる。

6 考察

実験の結果、単純なGAに比べて、強い摂動を導入したGAはより少ない世代数で、より小さな頂点被覆を見つける傾向が確認された。特に、ある程度進化が進んだ段階で適応度の改善が停滞した場合、集団の大部分をランダムな個体で再構成することにより、多様性を回復し、局所解からの脱出に成功するケースが見られた。これにより、探索の幅が広がり、より良い解へ到達する可能性が高まったと考えられる。

7 今後の展望

本研究では、GAに強い摂動戦略を導入することで、局所解からの脱却を促進し、最小頂点被覆問題に対する解の質を向上させることができた。今後は、提案手法の汎用性を検証するため、巡回セールスマン問題(Traveling Salesman Problem: TSP)など他の代表的な組合せ最適化問題への適用を行い、その有効性を評価する。また、強い摂動戦略を焼きなまし法や粒子群最適化など他のメタヒューリスティクスにも導入し、GAとの性能比較を行うことも今後の課題である。さらに、摂動の強度や適用対象を適応的に調整する手法の導入や、個体単位での局所的な摂動など、より柔軟な制御戦略の設計についても検討を進める予定である。

8 参考文献

- [1] Una Benlic and Jin-Kao Hao. Breakout local search for the max-cut problem. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 26(3):1162–1173, 2013.
- [2] P. B. Gibbons, H. D. Karloff, and R. E. Tarjan. A graph benchmark suite: Gset. <https://web.stanford.edu/~yyye/yyye/Gset/>.
- [3] Benedek Nagy and Péter Szokol. A genetic algorithm for the minimum vertex cover problem with interval-valued fitness. *Acta Polytech. Hungarica*, 18(4):105–123, 2021.
- [4] 久保幹雄 and J. P. ペドロソ. *メタヒューリスティクスの数理*. 共立出版, 2009.
- [5] 大谷紀子. *進化計算のアルゴリズム*. 共立出版, 2018.