

## 粒子法を応用した数値モデルによる氷河の流動のシミュレーション

### Simulation of Glacier Flow using Numerical Model Based on Particle Method

○山下颯介<sup>1</sup>, 小紫誠子<sup>2</sup>

\*Sosuke Yamashita<sup>1</sup>, Satoko Komurasaki<sup>2</sup>

Abstract: This article summarizes the results of numerical simulations of glaciers flows using the particle method with a model. To represent glaciers, a unique "group formation model" was introduced. An obstacle was placed at the center of a slope with a constant incline, and particles were continuously released from upstream of the slope to observe the changes in the group as it flowed.

#### 1. はじめに

氷河とは重力によって長期間にわたり連続して流動する積氷体のことであり、山岳氷河と氷床に分類される。

氷河の流動のメカニズムには重力による塑性変形による流動と氷河底面の滑りによる流動の2種類がある。氷河の流動によって形成された氷河地形には、カール、ホルン、U字谷などと呼ばれる地形がある。

本研究では、U字谷の形成過程の数値シミュレーションによる解析を目指し、氷河の流れを扱う数値モデルの構築を行う。数値モデルにおいては、非圧縮性のSPH法をベースとし、大域的には流体のようにふるまうが、局所的には固体としてふるまう氷河の動きを扱うために開発したモデルを組み込む。すなわち、ある条件下で流体粒子が氷の「塊」を形成し、また別の条件下で「塊」が流体粒子に戻るというモデルである。本モデルの検証のため、テスト計算として、ある一定の傾きの斜面中腹に障害物としての柱を立て、斜面頂上から氷河としての塊を継続的に流入させる問題を扱う。塊が斜面を流れ下り、障害物の柱を流体の流れのように避けて、また塊として斜面を流れ下る様子を再現する。

#### 2. 粒子法について

粒子法とは、流体（または物体）を粒子の集合で置き換え、一つ一つの粒子に対して支配方程式を解く手法である。各粒子の持つ密度、速度などの様々な物理量はその中心において最大値を取り、中心から離れるほど小さくなるカーネル関数（重み付け関数）により分布させている。粒子自身の影響と周りの粒子の影響の総和で任意の場所における物理量及びその勾配が求められる。

##### 2.1 粒子法における支配方程式の離散化

各粒子に対して密度、速度、圧力、粘性係数、外力をそれぞれ、 $\rho, v, p, \mu, f$ 、とし、ナビエ・ストークス方程式

$$\rho \frac{Dv}{Dt} = -\nabla p + \mu \nabla^2 v + f \quad (1)$$

が与えられる。これを数値計算で解くために以下で記述されるカーネル関数  $W$  を用いて離散化する必要がある。

$$\nabla W(r) = \begin{cases} s(1 - \frac{3}{2}r^2(1 - \frac{r}{2})) & 0 \leq r < 1, \\ \frac{s}{4}(2-r)^3 & 1 \leq r < re, \\ 0 & r \geq re \end{cases} \quad (2)$$

ただし、 $s = \frac{1}{\pi}$  とする。また、 $r$  は粒子間距離、 $re$  は影響半径である。

着目粒子を  $i$ 、周辺粒子を  $j$ 、各粒子の質量を  $m_i, m_j$ 、速度を  $v_i, v_j$ 、密度を  $\rho_i, \rho_j$  とし、 $\mu \nabla^2 v$  を離散化すると、

$$\mu \nabla^2 v : \mu \sum_j m_j \frac{v_j - v_i}{\rho_j} \nabla W(r) \quad (3)$$

となる。ただし、密度  $\rho$  は以下で与えられる。

$$\rho_i = \sum_j m_j \nabla W(r) \quad (4)$$

また、 $\nabla p$  は各粒子の密度差を利用して求めるが、本計算においては、非圧縮性の流れを計算するため  $\nabla p$  は用いず、以下で記述する密度均一化のプロセスを圧力項の代替として用いる。

##### 2.2 非圧縮性の SPH 法の計算方法

非圧縮性の流体運動を計算するためには、密度均一化のプロセスが必要となる。そのため、まず、圧力項を無視した力（粘性項、外力項）で仮速度、仮位置を求める。その後、同一時間ステップの間に密度の差から求められる圧力項相当の作用に基づき、密度が均一になるように位置を調節する。その結果、最終的に得られた位置を真の位置として速度を求める。本計算では、 $\nabla p$  の代わりに、 $\frac{(\rho_j - \rho_m) * (\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_m)}{\sqrt{\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_m}}$  を使用している。

##### 3. 本計算で使用するモデル

本研究では氷河の流動を表現するために、以下のようなプロセスを組み合わせたモデルを使用している。

### 3.1 塊化のプロセス

粒子番号  $m$  の速度を  $(v_{x_m}, v_{y_m}, v_{z_m})$  とし、周りの粒子番号を  $j$  とする。このとき、以下の3つの条件を満たす粒子同士を同一の塊とし、 $m$  を塊の親、 $j$  を塊の子と呼ぶことにする。同一の塊を構成する粒子で平均速度を計算し、それを塊全体の速度とする。

$$|v_{x_m} - v_{x_j}| < \epsilon, \quad |v_{y_m} - v_{y_j}| < \epsilon, \quad |v_{z_m} - v_{z_j}| < \epsilon$$

(ただし、 $\epsilon$  は十分小さい正の数とする。)

### 3.2 流体化のプロセス

一方で、塊を構成している各粒子の速度が以下の条件を満たす場合、塊の粒子は塊ではない流体粒子に戻る。

$$|v_x(t) - v_x(t-1)| \geq \epsilon, \quad |v_y(t) - v_y(t-1)| \geq \epsilon$$

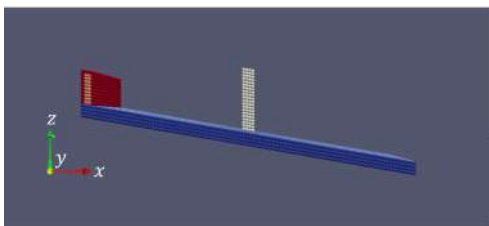
$$|v_z(t) - v_z(t-1)| \geq \epsilon$$

ただし、 $(v_x(t), v_y(t), v_z(t))$  はある時刻  $t$  での速度。

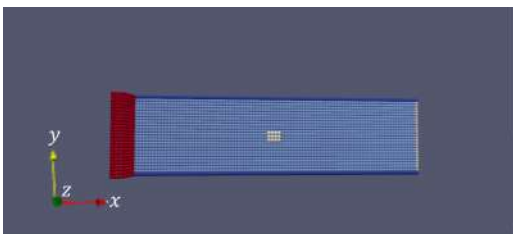
### 4. 計算条件

本計算の初期条件では、粒子直径を1とし、固体粒子を  $x$  軸方向に100個、 $y$  軸方向に26個、 $z$  軸方向に4個配置して斜面とし、 $z$  軸方向に10度傾ける。斜面頂上から流体粒子を継続的に流入させ、斜面中央に氷河の厚みより十分高い障害物を置き、障害物を避ける際の氷河のふるまいを観察するためのテストケースとしている。斜面上の粒子が  $x$  軸方向に粒子1つ分進むごとに、粒子を流入する。 $y$  軸方向に周期境界条件を与えている。

(図1：初期状態を真横から観察)



(図2：初期状態を真上から観察)

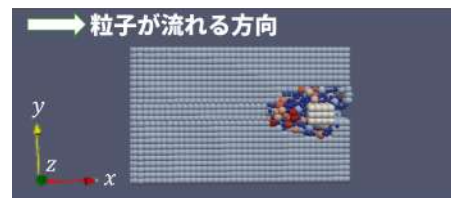


基準速度を  $3.17 \times 10^{-6}(\text{m/s})$ 、基準の長さを  $1(\text{m})$ 、動粘性を  $2.0 \times 10^{-9}$  とし、方程式を無次元化して計算している。また、レイノルズ数は1585であり、無次元時間4000まで計算している。

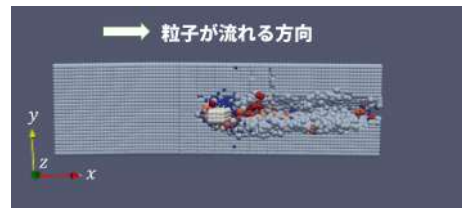
### 5. 計算結果

計算結果を図3～5に示す。流体粒子は小さな球体で、塊を構成する粒子と障害物は大きな球体で表示している。図3、図4では、塊ごとに色分けし、流体粒子は濃い青色で色付けしている。また、図5では、塊の粒子を暖色、流体粒子を寒色で色付けしている。図3より、氷河が障害物に衝突する際に、障害物の周囲で大きな塊を構成していた粒子が小さな塊や流体に戻り、流体として障害物を避けていく様子が観察できる。これは、大域的にみると現実の氷河が流体のように流れることに対応している。その後、図4では、図3で小さな塊や流体となっていた粒子が時間の経過につれて大きな塊に統合されていることが観察できる。一方で図5では、上から見た時と同様に障害物の周りは流体となっていることが観察された。

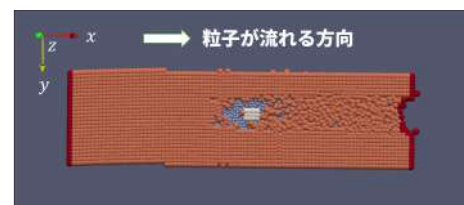
(図3：無次元時間2000の時、真上から観察)



(図4：無次元時間4000の時、真上から観察)



(図5：無次元時間4000の時、氷河底面の観察)



### 6. まとめ

粒子法を応用した方法を用いて、氷河の流動の数値シミュレーションを行った。そこでは、「塊を作る」モデル及び「流体に戻る」モデルを導入して、氷河の流動を再現することを試みた。斜面上に、障害物を置いたテスト計算を行った結果、氷河としての塊が、障害物を避ける際には流体のようにふるまう様子が観察され、現実の氷河の流動の特徴を捉えることができた。

### 7. 参考文献

- [1] 越塚誠一：「粒子法シミュレーション 物理ベースCG入門」、培風館、2009
- [2] 岩田修二：「氷河地形学」、東京大学出版会、2011