私の研究歴 129

葉層構造と力学系の接点にて

数学科教授 松元 重則

研究業績のないままに Ⅰ

43年前、私は東京大学数学科の大学院生であった。指導教員は田村一郎先生、専門分野は「高次元多様体の位相幾何学」と定めた。当時この分野は、俊英が集い、次々に新知見が積み重ねられ、一大ブームを引き起こしていた。こういうところにこそ身を置いて然るべきであるとでも考えていたのであろうか。

高次元多様体を深く理解する手法として、「手術理論」が当時の中心的な課題であった。私が修士課程2年の頃、Ｃ・Ｔ・Ｃ・Ｗａｌｌ先生が、これまでの研究結果を俯瞰する大部の本を執筆中であり、その前半部分がすでにプレプリントの形でわれわれの周りにも出回っていた。それを熟読した後、何か未知の問題はないものだろうかと考えた。

そのとき、手術理論を「群作用つきの多様体」に拡張するのは、将来性に富んだ問題ではなかろうかと思った。早速位数２の群作用の場合を考えることにした。2カ月ほど専念したところ、満足のいく結果が得られたので、取りあえず、それを修士論文とすることにした。

その後これを出版しようという段になった頃、Ｗａｌｌ先生の本も完成に近くなり、後半部分のプレプリントを手に入れることができた。ところが驚いたことに、後半のある章は私の修士論文とまったく同じものであった。ショックではあったが、ことさら惜しいという気持ちは湧かなかった。問題の探し方が安易に過ぎたのが失敗の原因だと悟った。人のふんどしで相撲をとってはいけない。

その後、興味は多様体論から変換群論へと移り、服部晶夫先生の励ましのもと2年ぐらいがんばったところ、少しは面白いのではないかと思われる結果を得た。服部先生にお話ししたところ、大いに喜んでくださり、「行間を大きく開けた原稿を書いて持って来なさい」と言われた。持って行ったところ、数日後にはくだんの原稿に真っ赤っかの朱が入ったものをいただいた。さあ清書だというときに、服部先生から「残念だけれど、Ｍｉｓｈｅｎｋｏというロシア人の新しい論文の英訳に同じ結果が出ている」と教わった。またしてもしくじった訳である。残念至極であった。

研究業績のないままに Ⅱ

それでも博士課程2年のとき、服部先生から「日大理工学部で助手を募集している。応募したらどうか」という話をいただいた。嫌も応もあろうはずもなく、早速応募したところ首尾よく採用され、さらには翌年には専任講師に昇格までさせていただいた。研究業績はまだなかった。当時の数学科の助手には、上坂洋司さん、田畑夫墨さん、本橋洋一さん、高橋英之さん、小林英恒さんたちがおられ、数学科は若々しく自由な雰囲気が満ちあふれていた。「論文を書かなければいけません」というプレッシャーは、これっぽっちも感じなかった。その中に身を置いているうちに「3度目の失敗はし

まつもと しげのり

1947年1月　福岡県に生まれる
1973年3月　東京大学理系大学院数学専攻博士課程中退
1973年4月　日本大学理工学部助手（数学科勤務）
1974年4月　日本大学理工学部専任講師（数学科勤務）
1985年4月　日本大学理工学部助教授（数学科勤務）
1991年4月　日本大学理工学部教授（数学科勤務）

たくない。もっと腰を落として数学をやるしかない」という感を強く持つに至った。またこの雰囲気の中なら、それはできると思った。

そこで、行き詰まりを感じていた変換群論に見切りをつけ、もっと具体的な数学に分野を変えようと考えた。あれこれ模索の果て、「力学系だ」と思うに至った。力学系は、解析的な取り扱いが不可避の分野であり、何かを身につけるためにはその証明をはっきりわかっていなくてはいけない。この点が今までやってきた数学と一番違うように感じた。反面、こういう地を這うがごとき数学は実に面白く、対象との距離の近さを強く感じ、「これこそ数学をやるということだったのだ」と感じるに至った。こうなればしめたもの、程なく2次元多様体上のＭｏｒｓｅ-Ｓｍａｌｅ系についての未解決問題を解くことができた。初めての出版であった。

低次元力学系

そもそも力学系とは、多様体上の写像ないしは流れについて、その軌道の状況を、極めて長い時間間隔で調べるものである。周期軌道の出現のプロセスを問題にすることもあれば、多様体上にテスト関数を設定し、その長時間平均を調べることも行う。こういう問題意識は、Ｈ・Ｐｏｉｎｃａｒｅ以前にはなかったものであり、それ以降数々の著者により面白い例が蓄積されて発展していったものである。

ある現象を調べようとするとき、同種の現象を持つもののうち一番簡単なものを深く調べるという手法が有効であり、とくに次元の低い例が重要である。この見地から、ことさらに興味を引かれるものとして「1次元力学系」がある。これは区間ないしは円周上の写像の挙動を詳しく調べる分野である。歴史のある分野ではあるが、その研究の足跡は細い糸のようなものであり、この頃まだ、基本的問題が未解決のままころがっていた。さらには、Ｐｏｉｎｃａｒｅに直接端を発する分野として、2次元多様体（曲面）上の面積保存写像の研究がある。私はこれら低次元力学系こそ重要であるとの見方から離れることができず、その研究を続けている。

葉層構造

とはいうものの、力学系には一つ欠けているものがある。それは幾何学者の心をくすぐるような問題が少ないということである。次第にもっと幾何的なことを考えたいという欲求が強くなってきた。その欲求に答えるものが葉層構造であった。これは、多様体の中のストライプ模様のようなものであり、力学系と関連しても出現するし、また、Ｆｕｃｈｓ群などに関連するものもある。力学系よりさらに包括的な概念であり、また、幾何学的取り扱いがその研究上欠かせないものである。

この頃、円周上の群作用をおおざっぱに分類する上で、「有界コホモロジー」というものが役に立つということをＥ・Ｇｈｙｓが看破していた。しかし理論はまだ黎明期であり、わかってないことだらけだった。私は「数値的不変量」なるものを定義することに成功しており、その切れ味をぜひ試してみたいと思っていた。幸いにも、Ｗ・Ｇｏｌｄｍａｎの予想というものに遭遇した。すなわち「曲面群の円周への作用のうち、Ｅｕｌｅｒ数が最大のものは、本質的に一通りに限る」という予想である。私にとっては格好の問題であり、「数値的不変量」の計算にも成功し、予想を肯定的に解決することができた。

その後、幾何群論という分野が大いに発展することになるのだが、群の有界コホモロジーはここでも、重要な役割を果たしている。これに15年ほど早く気づいたことは少しは自慢になろうかと思っている。

終わりに

今まで述べてきたように、私の研究者としての基盤は、理工学部の助手、専任講師時代に形作られたものである。そのときのおおらかで自由闊達な雰囲気なくしては、なかったものであろう。当時の理工学部の皆様に、教授だった方から助手だった方まで、深い感謝の念を捧げるものである。さらに現在の理工学部の方々にも、一人一人の研究者に広いリーウェイを与えるこの雰囲気を失わないでほしいと念じつつ、筆を置きたい。